Løsninger til
Opgaver i fysik A-niveau
Fysikforlaget 2007 (blå bog)

<u>Opgave V1 side 5:</u> **Effektfuld laser**

a) Energien af de enkelte fotoner bestemmes:

$$E_{foton} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,J \cdot s \cdot 2{,}9979 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}}{812 \cdot 10^{-9}\,m} = 2{,}44636 \cdot 10^{-19}\,J$$

Hermed er antallet af fotoner i den enkelte puls:

$$N = \frac{E_{puls}}{E_{foton}} = \frac{0{,}50 \cdot 10^{-3}\,J}{2{,}44636 \cdot 10^{-19}\,J} = 2{,}04385 \cdot 10^{15} = \underline{\underline{2{,}0 \cdot 10^{15}}}$$

b) Den gennemsnitlige effekt findes ved at se på, hvor meget energi der udsendes pr. sekund:

$$P_{gennemsnit} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_{500\ pulser}}{1s} = \frac{500 \cdot E_{puls}}{1s} = \frac{500 \cdot 0{,}50mJ}{1s} = \underline{\underline{0{,}25W}}$$

Effekten i en enkelt puls bestemmes som forholdet mellem pulsens energi og den varighed:

$$P_{Puls} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_{puls}}{0{,}20\,ps} = \frac{0{,}50 \cdot 10^{-3}\,J}{0{,}20 \cdot 10^{-12}\,s} = \underline{\underline{2{,}5 \cdot 10^{9}W}} = 2{,}5GW$$

c) Densiteten af molybdæn findes i det periodiske system i databogen (1998-udgaven side 14), og den er 10,222 g/cm^3.

Dette bruges til at bestemme massen af molybdæn i rillen:

$$m = \rho \cdot V = 10{,}222 g / cm^3 \cdot 0{,}095cm \cdot 0{,}0050cm \cdot 0{,}0100cm = 0{,}0000485545g = 49\mu g$$

Den energi, der skal tilføres for at fordampe denne mængde molybdæn, er:

$$E_{fordampning} = m \cdot L = 4{,}9 \cdot 10^{-5}\,g \cdot 7{,}7 \cdot 10^{3}\,\frac{J}{g} = 0{,}37387J\ .$$

Antallet af pulser, der giver denne energi, er:

$$N = \frac{E_{fordampning}}{E_{puls}} = \frac{0{,}37387J}{0{,}50 \cdot 10^{-3}\,J} = 747{,}739 = \underline{\underline{7{,}5 \cdot 10^{2}}}$$

Da der er 500 pulser pr. sekund, vil det tage:

$$t = \frac{748\ pulser}{500\ pulser\ \ pr.s} = 1{,}49548s = \underline{\underline{1{,}5s}}$$

I beregningerne er det bl.a. antaget, at der ikke afsættes energi til omgivelserne (dvs. at al energien går til fordampning). Ifølge opgaveteksten er det en rimelig antagelse, da det netop er pointen med denne type lasere.

Desuden er der set bort fra, at pulsen giver et cirkulært hul, mens en rille opbygges af kvadratiske huller. Da opgaveteksten lægger op til, at rillen har en fast bredde og dybde, er det igen en rimelig antagelse.

Opgave V2 side 6: **Laserkirurgi**

a) Man kan enten beregne energi i eV eller J. Her vælges J:

$$E_{foton} = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot 299792458 m/s}{10{,}6 \cdot 10^{-6} m} = 1{,}874007 \cdot 10^{-20} J = \underline{\underline{1{,}87 \cdot 10^{-20} J}}$$

b) Først bestemmes det, hvor meget vævsmasse, der fordampes pr. sekund:

$$E = m \cdot L_f \Leftrightarrow m = \frac{E}{L_f} = \frac{60J}{2{,}4 \cdot 10^3 J/g} = 0{,}025g$$

Da man kender densiteten, kan denne masse omregnes til et volumen:

$$\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{0{,}025g}{0{,}95g/cm^3} = 0{,}02631579 cm^3$$

Når strålen bevæges hen over vævet, dannes der et kasseformet hul (med halvcirkler i enderne, men det kan man se bort fra). Dette hul har bredden 0,40mm (diameteren af strålen), og pr. sekund er længden 2,0cm. Da man kender det fordampede rumfang, kan man dermed finde dybden:

$$V = b \cdot l \cdot d \Leftrightarrow d = \frac{V}{b \cdot l} = \frac{0{,}02631579 cm^3}{0{,}040cm \cdot 2{,}0cm} = 0{,}328947cm = \underline{\underline{3{,}3mm}}$$

Opgave V3 side 6: **Marstal solvarmeanlæg**

a) $E_{nyttig} = \eta \cdot E_{tilført} = \eta \cdot P \cdot \Delta t = \eta \cdot P_{pr.areal} \cdot A \cdot \Delta t$

Da det er effekten pr. areal ($P_{pr.\ areal}$), der er oplyst sammen med arealet (A), foretages den sidste omskrivning ovenfor.

$$E_{nyttig} = 0{,}40 \cdot 870 \frac{W}{m^2} \cdot 18365 m^2 \cdot 8{,}5 \cdot 3600s = 1{,}95565 \cdot 10^{11} J = \underline{\underline{196GJ}}$$

b) Hvis det antages, at al den energi, der ikke afsættes til Marstal by, oplagres i den store vandtank, vil dette svare til $\Delta E_{vandtank} = 183GJ - 45GJ = 138GJ$.

Når der ses bort fra, at vandet i vandtanken udveksler energi med omgivelserne, og når der regnes med en fast specifik varmekapacitet for vand på 4,2kJ/(kg*K) fås:

$$T_{slut} = T_{start} + \Delta T = T_{start} + \frac{\Delta E_{vandtank}}{m_{vand} \cdot c_{vand}} = 45{,}0°C + \frac{138 \cdot 10^9 J}{10000 \cdot 10^3 kg \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot °C}} = \underline{\underline{48{,}3°C}}$$

Opgave V4 side 7: **Batteridrevet skruetrækker**

a) Da det er en batteridrevet skruetrækker, er det jævnstrøm, der benyttes, og dermed gælder:

$$P = U \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{120W}{17{,}3V} = 6{,}93642A = \underline{\underline{6{,}9A}}$$

b) Tiden for at skrue skruen ind i træet er:

$$t = \frac{40\ vindinger}{8{,}5\ vindinger\ \ pr.\ sekund} = 4{,}70588s = \underline{\underline{4{,}7s}}$$

På denne tid har skruetrækkeren omsat energien:

$$E_{skruetrækker} = P \cdot t = 120W \cdot 4{,}70588s = 564{,}706J = 565J$$

På wikipedia (engelsk) angives, at nyttevirkningen af en elektromotor af størrelsen 10W til 200W har en nyttevirkning mellem 0,5 og 0,9, og da 120W ligger omtrent midt i intervallet, antages nyttevirkningen at være 70%.

Dermed vil den energi, der går til selve skruningen være:

$E_{skruning} = 0{,}7 \cdot E_{skruetrækker} = 0{,}7 \cdot 565J = 395J$.

Derudover kan der komme et bidrag fra skruens tab i potentiel energi, og hvis man presser på skruetrækkeren, vil der også udføres et arbejde. Disse bidrag vil dog være ubetydelige, så der ses bort fra dem.

Der er ikke nogen kinetisk energi, når skruen sidder fast, så den tilførte energi er omdannet til termisk energi, der antages fordelt ligeligt mellem træet og skruen.

Skruens termiske energi er altså øget med omkring 200J.

Dette giver en temperaturstigning på:

$$\Delta E = m \cdot c \cdot \Delta T \quad \Leftrightarrow \quad \Delta T = \frac{\Delta E}{m_{skrue} \cdot c_{jern}} = \frac{200J}{4{,}34g \cdot 0{,}452 \frac{J}{g \cdot K}} = 101{,}953K \approx \underline{\underline{100°C}}$$

Opgave V5 side 8: **Varm mælk**

a) Da der sker en opvarmning (uden faseovergang), kan den tilførte varme beregnes ved:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T = 0{,}250kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (80{,}0 - 5{,}0)K = 78375J = \underline{\underline{78{,}4kJ}}$$

b) Opvarmningen foregår meget hurtigt, så det kan med rimelighed antages, at systemet er isoleret, dvs. al den energi, som vanddampen har afgivet, er gået til opvarmning af mælken. Desuden antages det, at al vanddampen bliver i blandingen.

Vanddampen afgiver både energi ved fortætningen til vand og ved nedkølingen fra 100°C til 80°C, så man har:

$$E_{afgivet} = m_v \cdot L_f + m_v \cdot c \cdot (-\Delta T) \quad \Leftrightarrow$$

$$m_v = \frac{E_{afgivet}}{L_f + c \cdot (-\Delta T)} = \frac{78375J}{2{,}257 \cdot 10^6 \frac{J}{kg} + 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (100 - 80)K} = 0{,}0334793kg = \underline{\underline{33g}}$$

Værdierne for vands specifikke varmekapacitet og fordampningsvarme (ved 100°C) er fundet i databogen. Den specifikke varmekapacitet afhænger lidt af temperaturen, så egentlig er tre betydende cifre i facit til spørgsmål a) ikke korrekt (2 havde været mere passende).

Opgave V6 side 9: **Ukrudtsdamper**

a) Da man kender effekten og tidsrummet, kan den omsatte energi beregnes ud fra definitionen på effekt:

$$P = \frac{E_{omsat}}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad E_{omsat} = P \cdot \Delta t = 2{,}2 \cdot 10^3 W \cdot 24 \cdot 60s = 3168000J = \underline{\underline{3{,}2MJ}}$$

b) Hvis det antages, at systemet er isoleret (dvs. der udveksles ikke energi med omgivelserne), gælder der, at al den omsatte energi er gået til opvarmning af al vandet til 100°C og efterfølgende fordampning af en del af det. Man har derfor:

$$E_{omsat} = m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{opvarmning} + m_{fordampet} \cdot L_{f,vand} \quad \Leftrightarrow$$

$$m_{fordampet} = \frac{E_{omsat} - m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{opvarmning}}{L_{f,vand}} =$$

$$\frac{3168000J - 1,5kg \cdot 4,2 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (100-15)K}{2,257 \cdot 10^6 \frac{J}{kg}} = 1,16637kg = \underline{\underline{1,2kg}}$$

Vands densitet og specifikke varmekapacitet afhænger af temperaturen, så der er benyttet værdier med få betydende cifre, og da der desuden ikke kan undgås et varmetab til omgivelserne, vil den fordampede masse i praksis være lidt mindre end den beregnede.

Opgave V7 side 10: **Idrætsskader**

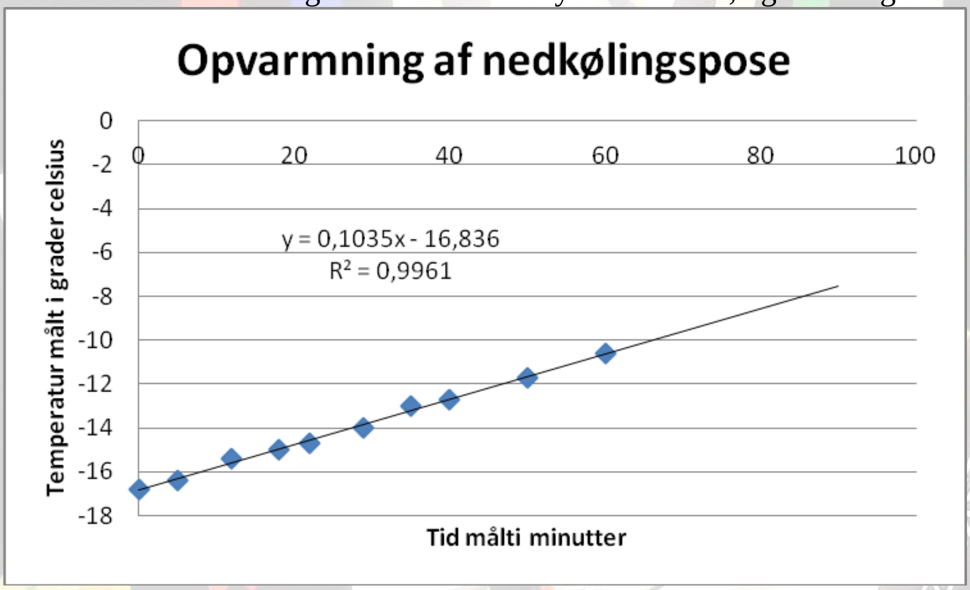
a) Vandets temperatur stiger ikke så meget, og forsøget varer kun "nogle minutter", så man kan med rimelighed betragte systemet som isoleret, dvs. der udveksles ikke varme med omgivelserne.
Så man har:

$$\Delta E_{pose} + \Delta E_{vand} = 0$$

$$C_{pose} \cdot \Delta T_{pose} = -m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{vand} \quad \Leftrightarrow$$

$$C_{pose} = \frac{-m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T_{vand}}{\Delta T_{pose}} = \frac{-1,29kg \cdot 4180 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 8,9K}{-27,9°C} = 1720,09247 \frac{J}{°C} = \underline{\underline{1,72 \frac{kJ}{°C}}}$$

b) Tabellens værdier indtegnes i et koordinatsystem i Excel, og der vælges en lineær tendenslinje:



Posens temperatur skal være under -5,0°C, og tidspunktet for denne findes ved:
Solve(-5=0,1035x-16,836,x) , der giver x = 114,357

Dvs. posen kan bruges i <u>114 minutter</u>

Opgave V8 side 11: **Forsøg med hårtørrer**

a) Effekten kan bestemmes ud fra kendskabet til to af de tre størrelser strøm, spændingsfald og resistans. I dette tilfælde kendes de to sidste, og dermed bliver:

$$P = \frac{U^2}{R} \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230V)^2}{1200W} = 44{,}083333\Omega = \underline{\underline{44\Omega}}$$

b) Formlen er oplyst i opgaven, så farten skal blot isoleres, og så skal man sørge for at indsætte størrelserne i passende enheder, dvs. kvadratcentimeter skal omregnes til kvadratmeter:

$$F = \rho \cdot A \cdot v^2 \quad \Leftrightarrow \quad v = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}} = \sqrt{\frac{0{,}184N}{0{,}93\frac{kg}{m^3} \cdot 11{,}9 \cdot 10^{-4} m^2}} = 12{,}8942\frac{m}{s} = \underline{\underline{12{,}9\frac{m}{s}}}$$

c) På 1 sekund vil luftmængden nå at bevæge sig 12,9m, dvs. at den mængde luft, der passerer gennem hårtørreren pr. sekund, kan bestemmes som den mængde luft, der befinder sig i en cylinder med længden 12,9m og grundfladearealet givet ved rørets tværsnitsareal.

$$m_{luft} = \rho_{luft} \cdot V_{luft} = \rho_{luft} \cdot A_{cylindergrundflade} \cdot l_{cylinder} =$$

$$0{,}93\frac{kg}{m^3} \cdot 11{,}9 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 12{,}8942m = 0{,}01427kg$$

Effekten fra hårtørreren går både til at varme luften op og give den fart på, men da temperaturen netop er et udtryk for luftmolekylernes gennemsnitlige kinetiske energi, indgår bidraget fra den kinetiske energi af luftmængden betragtet som én partikel i temperaturberegningen (med et meget lille bidrag).

Da hårtørreren på 1 sekund omdanner 1200J, har man så:

$$\Delta E = m \cdot c \cdot \Delta T \quad \Leftrightarrow \quad c = \frac{\Delta E}{m \cdot \Delta T} = \frac{1200J}{0{,}01427kg \cdot (104-20)°C} = 1001{,}1004\frac{J}{kg \cdot K} = \underline{\underline{1{,}00\frac{kJ}{kg \cdot K}}}$$

Opgave V9 side 11: **Bageovn**

a) Effekten er defineret som den omsatte energimængde pr. tid, og da den elektriske effekt og tiden er kendt, kan man altså finde den omsatte elektriske energi:

$$P = \frac{E_{omsat}}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad E_{omsat} = P \cdot \Delta t = 2{,}0 \cdot 10^3 W \cdot 5{,}0 \cdot 60s = 600000J = \underline{\underline{0{,}60MJ}}$$

b) Temperaturen T som funktion af tiden t fra bageovnen tændes er: $T = 471°C - 450°C \cdot e^{-a \cdot t}$
(Ved indsættelse af $t = 0$ ses det, at ovnens temperatur er 21 grader celsius fra start).
Tiden det varer at opvarme til 200°C bestemmes:

$$200°C = 471°C - 450°C \cdot e^{-0{,}042\,\text{min}^{-1} \cdot t} \quad \Leftrightarrow$$

$$e^{-0{,}042\,\text{min}^{-1} \cdot t} = \frac{200°C - 471°C}{-450°C} \quad \Leftrightarrow$$

$$-0{,}042\,\text{min}^{-1} \cdot t = \ln\left(\frac{200°C - 471°C}{-450°C}\right) \quad \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{200°C - 471°C}{-450°C}\right)}{-0{,}042\,\text{min}^{-1}} = 12{,}0744943\,\text{min} = \underline{\underline{12{,}1\,\text{min}}}$$

Den tilførte elektriske effekt går dels til opvarmning af ovnen og dels til varmeafgivelse til omgivelserne. For at finde varmeafgivelsen til omgivelserne, skal man altså bestemme den effekt, der går til opvarmning af ovnen, hvorefter denne kan trækkes fra den samlede tilførte elektriske effekt.
Da man ud over udtrykket for temperaturen som funktion af tiden kender bageovnens varmekapacitet, som er 6,3kJ/K og en konstant – hvilket benyttes under differentiationen - får man:

$$P_{opvarmning} = \frac{dE_{bageovn}}{dt} = \frac{d(C_{bageovn} \cdot T)}{dt} = C_{bageovn} \cdot \frac{dT}{dt} = C_{bageovn} \cdot \left(-450°C \cdot (-a) \cdot e^{-a \cdot t}\right) =$$

$$6{,}3 \cdot 10^3 \frac{J}{K} \cdot 450°C \cdot 0{,}042\,\text{min}^{-1} \cdot e^{-0{,}042\,\text{min}^{-1} \cdot 12{,}074494\,\text{min}} = 71706{,}6 \frac{J}{\text{min}} = 1195{,}11 \frac{J}{s}$$

Altså afgives der energi til omgivelserne med effekten:

$$P_{omgivelser} = P_{samlet} - P_{opvarmning} = 2{,}0kW - 1{,}19511kW = \underline{\underline{0{,}8kW}}$$

Opgave V10 side 12: **Termometer i sprit**

a) Når følerne tages op af spritten, sidder der stadig sprit på overfladen. Dette sprit fordamper, når det modtager energi fra luften og fra selve føleren ($E_{tilført} = m_{fordampet} \cdot L_{f,sprit}$, hvor $L_{f,sprit}$ er fordampningsvarmen omkring stuetemperatur). Da føleren altså afgiver energi til spritten, vil føleren selv nedkøles ($E_{afgivet} = -C_{føler} \cdot \Delta T_{føler}$).

Graferne er forskellige, fordi de to følere ikke har samme forhold mellem rumfang og overfladeareal. De to følere antages at være cylinderformede (hvilket passer med billedet), og for en cylinder har man:

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

, hvor V er rumfanget, O er overfladearealet, r er radius og h er højden (der er set bort fra toppen i udregningen af overfladearealet, da det udgør en ubetydelig del af dette).
Forholdet mellem rumfanget og overfladearealet er så:

$$\frac{V}{O} = \frac{r}{2}$$

Spritten sidder på overfladen af føleren, mens massen og dermed varmekapaciteten af føleren er direkte knyttet til rumfanget ($m = \rho \cdot V$ og $C = m \cdot c = \rho \cdot V \cdot c$).

Mængden af sprit er altså proportionalt med overfladearealet, mens varmekapaciteten er proportional med rumfanget.

Jo større radius er, des større er rumfanget og dermed varmekapaciteten i forhold til overfladearealet og altså mængden af sprit. Og jo større varmekapaciteten af føleren er i forhold til mængden af sprit, jo mindre falder temperaturen, når den afgiver den nødvendige mængde energi. Derfor falder temperaturen mindre for den tykke end for den tynde føler.

Og desuden gælder med samme argument, at den tykke følers temperatur efter fordampningen af spritten vokser langsommere, da den har et relativt mindre overfladeareal end den tynde føler, og derfor har et mindre forhold mellem modtaget varme fra luften og varmekapacitet end den tynde.

Opgave E1 side 13: **Sikring**

a) Installationerne er dimensioneret til 10A, dvs. de kan tåle den varme, der udvikles, når der løber en strøm op til 10A gennem dem. Hvis en 16A-sikring havde erstattet en 10A-sikring, og en masse elektriske apparater (støvsuger, elkedel, …) blev sat til samtidigt, så strømmen gennem systemet kom op i nærheden af de 16A (hvor sikringen altså endnu ikke var brændt over), ville ledningerne i forbindelse med installationen (hvor al strømmen jo går igennem – i modsætning til de enkelte apparater) kunne opvarmes så kraftigt, at der opstår brand.

Opgave E2 side 13: **Karakteristik**

a) En resistor opfylder pr. definition Ohms lov $U = R \cdot I$, så en (I,U)-graf vil være en ret linje med hældningen 4,70Ω:

b) Når komponenterne sidder i serie, vil strømmen gennem dem være den samme, mens det samlede spændingsfald over forbindelsen er summen af spændingsfaldene over de to komponenter.
Så karakteristikken for serieforbindelsen kan laves ved, at man for en strømstyrke aflæser spændingsfaldene på karakteristikkerne for de to enkelt-komponenter og lægger disse sammen. Man får så:

På karakteristikken kan så aflæses, at strømstyrken gennem serieforbindelsen er $\underline{\underline{I = 0{,}405A}}$, når spændingsfaldet over den er 6,0V.

Opgave E3 side 14: **Lynnedslag**

a) Da modstanden og spændingsfaldet er kendt, kan strømstyrken beregnes ved Ohms 1. lov:

$$U = R \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{U}{R} = \frac{7{,}2V}{5{,}1 \cdot 10^{-4}\Omega} = 14117{,}6470588A = \underline{\underline{14{,}1kA}}$$

b) Først bestemmes den ladningsmængde, der har passeret gennem (et tværsnit af) resistoren. Dette gøres ud fra definitionen på strømstyrke, der netop er mængden af ladning, der har passeret gennem et tværsnit, pr. tid:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta Q = I \cdot \Delta t = 25 \cdot 10^3 A \cdot 15 \cdot 10^{-3} s = 375C$$

En elektron har elementarladningen $1{,}602 \cdot 10^{-19}C$, så ovenstående ladningsmængde svarer til:

$$N = \frac{Q_{samlet}}{q_{elektron}} = \frac{375C}{1{,}602 \cdot 10^{-19}C} = 2{,}3406 \cdot 10^{21} = \underline{\underline{2{,}34 \cdot 10^{21}}}$$

c) Energien afsættes så hurtigt, at man kan gå ud fra, at der ikke afgives energi til omgivelserne, dvs. at systemet er isoleret.'

Den afsatte energi i en resistor udtrykt ved resistans, strømstyrke og tidsrum er:

$$\Delta E_{resistor} = R \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

Under antagelsen af at al energien går til opvarmning af resistoren, har man desuden:

$$\Delta E_{resistor} = m_{resistor} \cdot c_{resistor} \cdot \Delta T_{resistor}$$

Altså fås:

$$m_{resistor} \cdot c_{resistor} \cdot \Delta T_{resistor} = R \cdot I^2 \cdot \Delta t \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta T_{resistor} = \frac{R \cdot I^2 \cdot \Delta t}{m_{resistor} \cdot c_{resistor}} = \frac{5{,}1 \cdot 10^{-4}\Omega \cdot \left(25 \cdot 10^3 A\right)^2 \cdot 15 \cdot 10^{-3} s}{0{,}72kg \cdot 415 \frac{J}{kg \cdot K}} = 16{,}001506K = \underline{\underline{16K}}$$

Opgave E4 side 15: **Elbil**

a) På grafen aflæses det, at når bilen kører 40 km/t, er effekten ca. 705W.
Da effekten og spændingsfaldet er kendt, kan strømstyrken bestemmes:

$$P = U \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = \frac{P}{U} = \frac{705W}{36V} = 19{,}5833A = \underline{\underline{20A}}$$

b) Da man kender det tidsrum, hvor bilen yder den pågældende effekt, kan den energi, som batteriet kan afgive, bestemmes:

$$E_{afsat} = P \cdot \Delta t = 705W \cdot 2 \cdot 3600s = 5076000J = \underline{\underline{5{,}1MJ}}$$

c) Når bilen kører 50 km/t aflæses dens effekt til at være 1060W.
Den tid, den kan holde denne fart på vandret vej, er altså:

$$\Delta t = \frac{E_{batteri}}{P} = \frac{5076000J}{1060W} = 4788{,}679s = 1{,}3301887 timer$$

På denne tid kan bilen med sin konstante fart nå at komme:

$$\Delta s = v \cdot \Delta t = 50\frac{km}{t} \cdot 1{,}33t = 66{,}5094km = \underline{\underline{67km}}$$

Opgave E5 side 16: **Solcelle**

a) Hvis man sætter resistansen af ledningerne til 0, er spændingsfaldet over resistoren det samme som over solcellen.
På figuren aflæses det, at strømstyrken 0,30A svarer til 0,49V (der altså er spændingen over både solcelle og resistor). Hermed kan resistansen R bestemmes:

$$U = R \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{0{,}49V}{0{,}30A} = 1{,}633333\Omega = \underline{\underline{1{,}63\Omega}}$$

b) Da resistoren er sat til værdien 2,0Ω, vil sammenhængen mellem U og I for den være:
$U_{resistor} = 2{,}0\Omega \cdot I_{resistor}$. Indtegnet på figuren er dette altså en proportionalitet (ret linje gennem (0,0)) med proportionalitetskonstanten (hældningen) 2,0.
Strømstyrken gennem solcellen er den samme som strømstyrken gennem resistoren, da der ikke er nogen forgreninger i kredsløbet. Desuden er som nævnt spændingsfaldet over solcelle det samme som over resistor.
Skæringspunktet mellem grafen på figuren og den indtegnede linje er netop det punkt, hvor spændingsfaldene og strømstyrkerne er ens, så det er dette skæringspunkt, der skal aflæses, og punktets førstekoordinat fortæller så, at: $\underline{\underline{I = 0{,}25A}}$

Opgave E6 side 17: **Temperaturfølsom modstand**

a) På grafen over NTC-modstandens resistans som funktion af temperaturen aflæses det, at ved 20,0°C er modstanden: $R_{NTC} = \underline{\underline{1{,}24k\Omega}}$.

Resistoren og NTC-modstanden sidder i serieforbindelse, så erstatningsresistansen er summen af de to resistanser, og strømmen gennem NTC-modstanden (der er den samme som gennem resistoren) bestemmes ved:

$$U = \left(R_{resistor} + R_{NTC}\right) \cdot I \quad \Leftrightarrow$$

$$I = \frac{U}{R_{resistor} + R_{NTC}} = \frac{5{,}00V}{1{,}32 \cdot 10^3 \Omega + 1{,}24 \cdot 10^3 \Omega} = 0.001953125\text{A} = \underline{\underline{1{,}95\text{mA}}}$$

b) Den effekt, der afsættes i NTC-modstanden er givet ved: $P = R \cdot I^2$.
Da strømmen holdes konstant, vil effekten for den afsatte energi udelukkende afhænge af modstanden. Jo varmere NTC-modstanden bliver, jo mindre bliver modstanden, og jo mindre er den effekt, energien afsættes i komponenten med.
NTC-modstanden vil samtidig afgive varme til omgivelserne. Jo varmere NTC-modstanden er, jo større er den effekt, varmen afgives til omgivelserne med.
Der kan altså indstille sig en ligevægt, hvor effekterne for afsat og afgivet energi er lige store. Ved denne ligevægt gælder:

$$P_{afsat} = P_{afgivet}$$

$$R_{NTC} \cdot I^2 = \alpha \cdot \left(T - T_0\right) \quad \Leftrightarrow \quad R_{NTC} = \frac{\alpha}{I^2} \cdot T - \frac{\alpha \cdot T_0}{I^2}$$

$$R_{NTC} = \frac{25{,}0 \cdot 10^{-3} \frac{W}{°C}}{\left(10{,}0 \cdot 10^{-3} A\right)^2} \cdot T - \frac{25{,}0 \cdot 10^{-3} \frac{W}{°C} \cdot 19{,}0°C}{\left(10{,}0 \cdot 10^{-3} A\right)^2} = 250 \frac{\Omega}{°C} \cdot T - 4750\Omega$$

Man har altså nu to sammenhænge mellem temperaturen og modstanden, der skal være opfyldt: Ovenstående ligning og grafen anvendt i spørgsmål a).
Grafen for ovenstående ligning (der er en ret linje, der med de pågældende enheder skærer 2. aksen i -4,75 og har hældningen 0,250) indtegnes i samme koordinatsystem som grafen for modstandens temperaturafhængighed. Dette gøres ud fra punkterne (23;1) og (25;1,5), udregnes ved indsættelse i ligningen.
Skæringspunktet mellem den røde linje og den indtegnede rette linje bestemmes til (23,3;1,08), og da det er temperaturen af NTC-modstanden, der skal findes, er det førstekoordinaten, der skal bruges, dvs. $T_{NTC} = \underline{\underline{23{,}3°C}}$

Opgave E7 side 18: **Solcelles nyttevirkning**

a) Voltmeteret har en meget stor modstand, så man kan regne med, at strømmen gennem resistoren er lig strømmen gennem solcellen. Denne kan bestemmes ved det opgivne udtryk:

$$I = 0{,}180A - 1{,}47 \cdot 10^{-9} A \cdot \left(e^{40V^{-1} \cdot 0{,}45V} - 1\right) = 0{,}083479846838125\text{A} = 0{,}083\text{A}$$

Hvis der regnes uden tab i ledningerne, vil spændingsfaldet over resistoren være lig spændingsfaldet over solcellen, og da strømmen gennem resistoren og spændingsfaldet over den hermed kendes, kan resistansen bestemmes:

$$U = R \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{0{,}45V}{0{,}08348A} = 5{,}3905226\Omega = \underline{\underline{5{,}4\Omega}}$$

b) Effekten af sollyset, der rammer solcellen er:

$$P_{tilført} = I_{sollys} \cdot A_{solcelle} = 870\frac{W}{m^2} \cdot 16{,}8 \cdot 10^{-3} m^2 = 14{,}616W$$

Effekten som solcellen yder er:

$$P_{solcelle} = U \cdot I = 0{,}45V \cdot 0{,}08348A = 0{,}0375659W$$

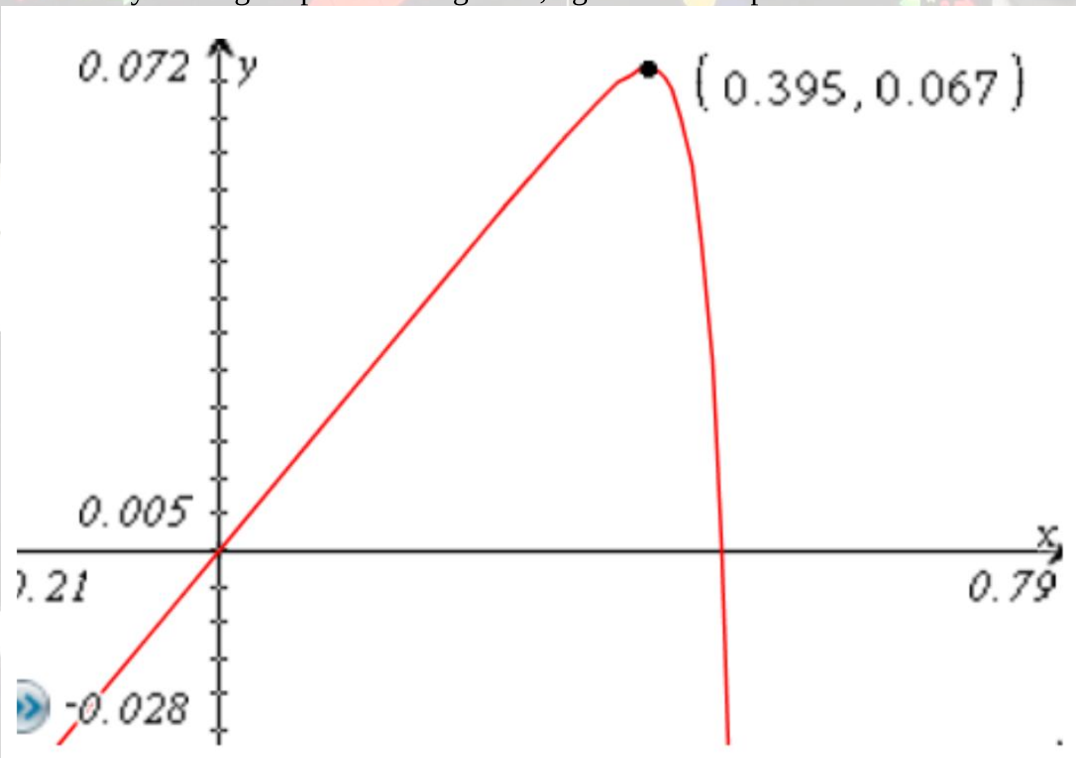
Hermed bliver nyttevirkningen:

$$\eta = \frac{P_{solcelle}}{P_{tilført}} = \frac{0{,}0375659W}{14{,}616W} = 0{,}00257019 = \underline{\underline{0{,}26\%}}$$

c) For at finde den størst mulige effekt, skal denne udtrykkes ved enten strømmen eller spændingen alene. Det er nemmest at udtrykke den ved spændingen, da den oplyste sammenhæng mellem strøm og spænding har strømmen som afhængig variabel.

$$P_{solcelle} = U \cdot I = U \cdot \left(\alpha - \beta \cdot \left(e^{\gamma \cdot U} - 1\right)\right)$$

Dette udtryk indtegnes på lommeregneren, og maksimumspunktet bestemmes:



Der er anvendt SI-enheder, så den største effekt er: $\underline{\underline{P_{maks} = 0{,}067W}}$

Ved denne effekt er spændingsfaldet 0,395V (maksimumspunktets 1. koordinat), og da effekten afsat i kredsløbet også kendes, kan resistansen beregnes:

$$P = \frac{U^2}{R} \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U^2}{P} = \frac{(0{,}395V)^2}{0{,}066875586W} = 2{,}33357\Omega = \underline{\underline{2{,}3\Omega}}$$

Opgave E8 side 19: **En tynd tråd**

a) Konstantantråden og den variable resistor sidder i serieforbindelse, så man har:

$$U = \left(R_{konstantan} + R\right) \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U}{I} - R_{konstantan} = \frac{100V}{3{,}00A} - 0{,}30\Omega = 33{,}0333\Omega = \underline{\underline{33\Omega}}$$

b) Konstantan er kendetegnet ved, at dets resistivitet (næsten) ikke afhænger af temperaturen, så resistansen regnes som konstant under hele opvarmningen.
Konstantan er en legering, så dens smeltepunkt findes under legeringers smeltepunkt på side 143 i Databogen 1998-udgaven. Det er 1250°C. Samme sted findes den specifikke varmekapacitet til $390\frac{J}{kg \cdot K}$ og densiteten til 8,9g/cm^3.
Desuden ses på side 166, at dets resistivitet ρ_0 er $4{,}90 \cdot 10^{-7}\Omega \cdot m$.

Det antages at tråden ikke udveksler varme med omgivelserne, således at al den afsatte elektriske energi går til opvarmning af tråden.

- Der afsættes energi i konstantantråden med effekten: $P = R \cdot I^2$.
- Sammenhængen mellem effekten og den afsatte energi er: $P = \frac{\Delta E}{\Delta t}$
- Den afsatte energi giver en temperaturstigning givet ved: $\Delta E = m \cdot c \cdot \Delta T$.
- Massen af konstantantråden er givet ved: $m = \rho \cdot V$, hvor ρ er densiteten.
- Tråden antages at have form som en cylinder, så rumfanget er: $V = A \cdot l$, hvor A er trådens tværsnitsareal og l er trådens længde.
- Sammenhængen mellem resistiviteten og resistansen er givet ved: $R = \rho_0 \cdot \frac{l}{A}$.

Hermed kan der opstilles et udtryk for, hvor lang tid det varer, før konstantantråden brænder over:

$$\Delta E = m \cdot c \cdot \Delta T \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad P = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{\Delta t} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta t = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{P} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta t = \frac{m \cdot c \cdot \Delta T}{R \cdot I^2} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta t = \frac{\rho \cdot A \cdot l \cdot c \cdot \Delta T}{R \cdot I^2} \quad \Leftrightarrow \quad \Delta t = \frac{\rho \cdot \frac{\rho_0 \cdot l}{R} \cdot l \cdot c \cdot \Delta T}{R \cdot I^2} = \frac{\rho \cdot \rho_0 \cdot l^2 \cdot c \cdot \Delta T}{R^2 \cdot I^2}$$

Hvis trådens længde sættes til 2,0cm, får man:

$$\Delta t = \frac{\rho \cdot \rho_0 \cdot l^2 \cdot c \cdot \Delta T}{R^2 \cdot I^2} =$$

$$\frac{8{,}9 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 4{,}90 \cdot 10^{-7}\Omega \cdot m \cdot (0{,}020m)^2 \cdot 390\frac{J}{kg \cdot K} \cdot (1250 - 20)°C}{(0{,}30\Omega)^2 \cdot (6{,}0A)^2} = 0{,}258268s = \underline{\underline{0{,}26s}}$$

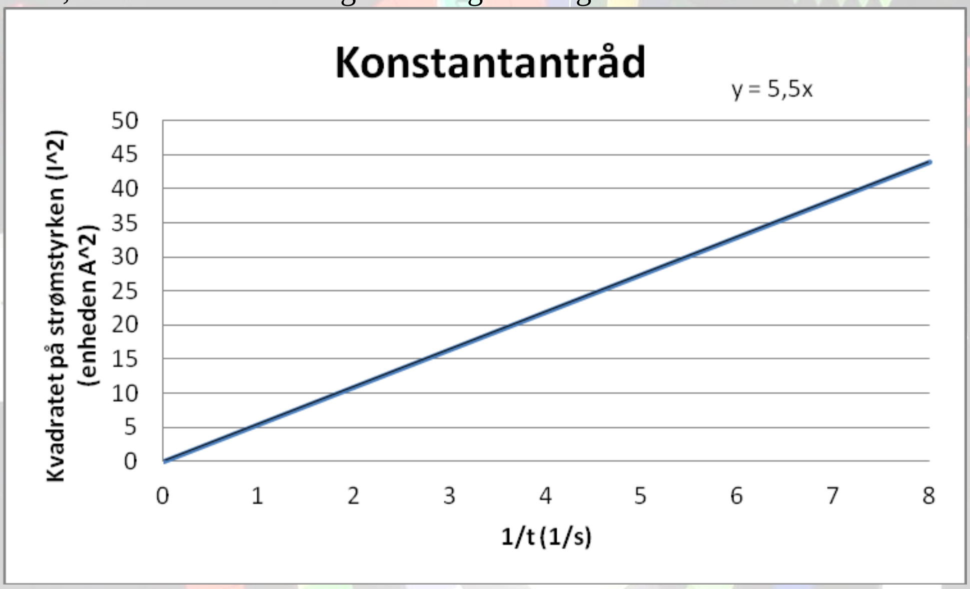
c) Ved omskrivning af den benyttede formel fra b) får man:

$$\Delta t = \frac{\rho \cdot \rho_0 \cdot l^2 \cdot c \cdot \Delta T}{R^2 \cdot I^2} \quad \Leftrightarrow \quad I^2 = \frac{\rho \cdot \rho_0 \cdot l^2 \cdot c \cdot \Delta T}{R^2} \cdot \frac{1}{\Delta t}$$

Den store brøk ses at bestå af lutter konstante størrelse, så den fungerer altså som koefficient, når man benytter den reciprokke til tiden som uafhængig variabel og kvadratet på strømstyrken som afhængig variabel. En $\left(\frac{1}{\Delta t}, I^2\right)$ – graf vil altså give en ret linje gennem (0,0), hvis der ikke afsættes energi til omgivelserne.

Dette er tilfældet, når strømstyrken er stor, da opvarmningen så ses at tage meget kort tid, og på grafen ser man også, at grafen går over i en ret linje, når strømstyrken er stor.

Ved at forlænge denne sidste del af grafen til skæring i (0,0) får man altså det udseende, grafen ville have, hvis der ikke blev afgivet energi til omgivelserne:



Koefficienten (proportionalitetsfaktoren) på 5,5 gør det muligt at beregne længden af tråden:

$$5,5 = \frac{\rho \cdot \rho_0 \cdot l^2 \cdot c \cdot \Delta T}{R^2} \quad \Leftrightarrow \quad l = 0,01538242m = 1,5cm$$

På grafen ses at $I^2 \to 12,5A^2$ for $\frac{1}{\Delta t} \to 0$.

Det betyder, at i dette grænsetilfælde ($I^2 = 12,5A^2$) vil konstantantråden, når den er lige ved smeltepunktet afgive lige så meget energi til omgivelserne, som den modtager i elektrisk energi fra kredsløbet. Dvs. at der ved smeltepunktet afgives energi til omgivelserne med effekten:

$$P_{\text{afgivet til omgivelserne}} = P_{elektrisk} = R \cdot I^2 = 0,30\Omega \cdot 12,5A^2 = 3.75W = \underline{\underline{3,8W}}$$

<u>Opgave B1 side 21:</u> **Laserpen**

a) Bølgelængden kan bestemmes ud fra gitterformlen, hvor det er vigtigt at bemærke, at de opgivne vinkler svarer til 2. orden:

$$\sin\theta = \frac{n \cdot \lambda}{d} \Leftrightarrow \lambda = \frac{\sin\theta \cdot d}{n} = \frac{\sin 29,8^0 \cdot 2,66 \cdot 10^{-6} m}{2} = 6,60975 \cdot 10^{-7} m = \underline{\underline{661nm}}$$

Opgave B2 side 21: **Gitter**

a) I Databogen (1998-udgaven: Spektrallinjer side 192) findes bølgelængderne for de fem mest intense linjer i det synlige område (de fire første med relativ intensitet 10 og den femte med 20):
441,56nm svarer til den inderste violette linje.
508,58nm er angivet som grøn, men den ligger i området mellem grøn og blå og stemmer fint med den næst inderste (blå) linje.
533,75nm er den midterste, grønne linje.
537,81nm er den næst yderste, grønne linje.
643,85nm er den yderste, røde linje.

Hermed kan afbøjningsvinklerne (1. orden) for linjerne bestemmes:

$$\sin v = \frac{\lambda \cdot n}{d} \quad \Leftrightarrow \quad v = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda \cdot 1}{\frac{1}{600}mm}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{\frac{10^6}{600}nm}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{600 \cdot \lambda}{10^6 nm}\right)$$

$$1.linje: \quad v = \sin^{-1}\left(\frac{600 \cdot 441{,}56nm}{10^6 nm}\right) = 15{,}3631° = \underline{\underline{15{,}36°}}$$

$$2.linje: \quad v = \sin^{-1}\left(\frac{600 \cdot 508{,}58nm}{10^6 nm}\right) = 17{,}7671° = \underline{\underline{17{,}77°}}$$

$$3.linje: \quad v = \sin^{-1}\left(\frac{600 \cdot 533{,}75nm}{10^6 nm}\right) = 18{,}678° = \underline{\underline{18{,}68°}}$$

$$4.linje: \quad v = \sin^{-1}\left(\frac{600 \cdot 537{,}81nm}{10^6 nm}\right) = 18{,}8254° = \underline{\underline{18{,}83°}}$$

$$5.linje: \quad v = \sin^{-1}\left(\frac{600 \cdot 643{,}85nm}{10^6 nm}\right) = 22{,}7251° = \underline{\underline{22{,}7°}}$$

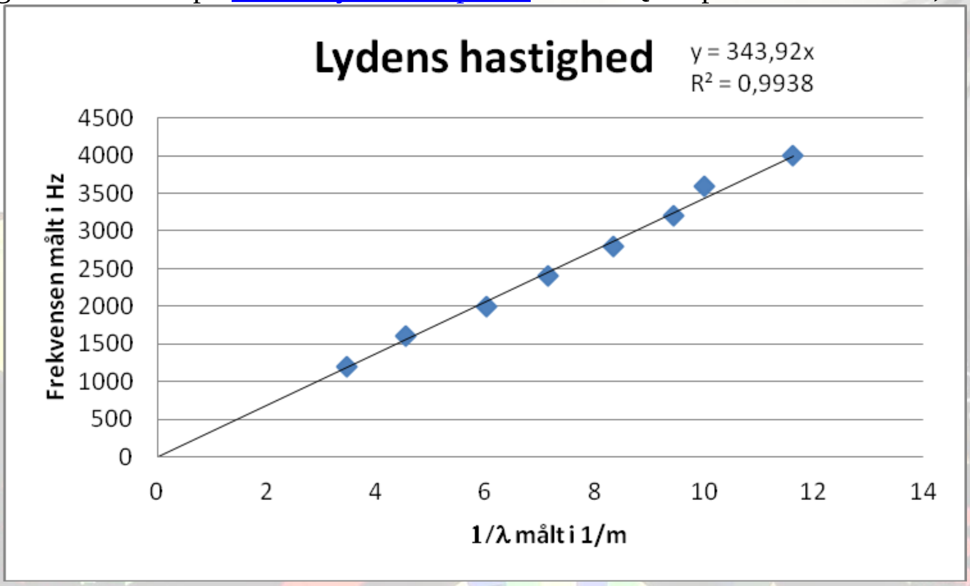
Opgave B3 side 22: **Lydens fart.**

a) Bølgeligningen giver $v = \lambda \cdot f$ og da $\lambda = 2 \cdot \Delta L$, har man:

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2 \cdot \Delta L} = v \cdot \frac{1}{2 \cdot \Delta L}$$

Dvs. at en $\left(\frac{1}{2 \cdot \Delta L}; f\right) - graf$ skal give en ret linje, hvor lydens fart kan aflæses som hældningen:

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD



Lydens fart er altså bestemt til $\underline{\underline{v = 344\frac{m}{s}}}$

Opgave B4 side 23: **Lydoptagelse**

a) På oscilloskopbilledet aflæses svingningstiden/perioden. Det ses, at et stykke på 2,40ms svarer til tre bølger, dvs. at perioden er:

$$T = \frac{2{,}40ms}{3} = 0{,}80ms$$

Dermed er frekvensen:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}80 \cdot 10^{-3} s} = 1250 s^{-1} = \underline{\underline{1{,}25 kHz}}$$

b) Ud fra frekvensen og bølgens udbredelseshastighed i luften kan bølgelængden bestemmes:

$$v = f \cdot \lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{345 m/s}{1250 Hz} = \underline{\underline{0{,}276m}}$$

For at afgøre, hvad der sker med lydsignalets styrke, kan man se på forskellen i de 2 afstande fra højttalerne til mikrofonen:

$$\Delta s = 1{,}903m - 1{,}213m = 0{,}690m$$

Forholdet mellem strækningen og bølgelængden er:

$$\frac{\Delta s}{\lambda} = \frac{0{,}690m}{0{,}276m} = 2{,}5$$

Lyden fra den ene højttaler skal altså bevæge sig en afstand, der svarer til 2,5 gange bølgelængden længere end lyden fra den anden. Derfor vil bølgetop for det ene lydsignal ramme mikrofonen samtidig med bølgedal fra det andet lydsignal – og omvendt. Derfor vil lydstyrken $\underline{\underline{\textit{svækkes}}}$, når den anden højttaler tilsluttes.

Opgave B5 side 24: **Lys i vand**

a) Vinklen mellem 0. og 4. ordens strålerne kan bestemmes ved at regne på den retvinklede trekant, der dannes af punktet, hvor laseren rammer gitteret, 0. ordens-prikken samt den ene 4. ordens prik.

$$\tan(\theta_4) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 39{,}4cm}{35{,}0cm} \quad \Leftrightarrow \quad \theta_4 = \tan^{-1}\left(\frac{39{,}4}{2 \cdot 35{,}0}\right) = 29{,}3732955957°$$

Så kan gitterformlen bruges til at bestemme gitterkonstanten:

$$\sin(\theta_n) = \frac{n \cdot \lambda}{d} \quad \Leftrightarrow \quad d = \frac{n \cdot \lambda}{\sin(\theta_n)} = \frac{4 \cdot 632{,}8 \cdot 10^{-9} m}{\sin(29{,}373°)} = 5{,}160473 \cdot 10^{-6} m = \underline{\underline{5{,}16 \mu m}}$$

b) Gitterkonstanten, der er afstanden mellem spalterne i gitteret, ændrer sig ikke, når der kommer vand i karret. Så nu kan gitterkonstanten bruges til at bestemme bølgelængden af laserlyset, når man først har bestemt 4. ordens-afbøjningsvinklen:

$$\tan(\theta_4) = \frac{\frac{1}{2} \cdot 27{,}8cm}{35{,}0cm} \quad \Leftrightarrow \quad \theta_4 = \tan^{-1}\left(\frac{27{,}8}{2 \cdot 35{,}0}\right) = 21{,}6601480°$$

Bølgelængden bestemmes:

$$\sin\left(\theta_n\right)=\frac{n\cdot\lambda}{d} \quad\Leftrightarrow\quad \lambda=\frac{\sin\left(\theta_n\right)\cdot d}{n}=\frac{\sin(21,6601°)\cdot 5,160473\cdot 10^{-6}m}{4}=4,761832\cdot 10^{-7}m$$

Da laserlysets frekvens i luft og vand er den samme, kan lysets fart i vand bestemmes ved at anvende bølgeligningen:

$$\left.\begin{aligned} c &= f\cdot\lambda_{luft} \\ v_{vand} &= f\cdot\lambda_{vand}\end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{v_{vand}}{c}=\frac{f\cdot\lambda_{vand}}{f\cdot\lambda_{luft}}=\frac{\lambda_{vand}}{\lambda_{luft}} \quad\Leftrightarrow$$

$$v_{vand}=c\cdot\frac{\lambda_{vand}}{\lambda_{luft}}=299792458\frac{m}{s}\cdot\frac{476,1832nm}{632,8nm}=225594395\frac{m}{s}=\underline{\underline{2,26\cdot 10^{8}\frac{m}{s}}}$$

Opgave A1 side 25: **Trafiklys**

Opgave A2 side 26: **Fluorescens**

a) Da man kender bølgelængden for de exciterende fotoner, kan man beregne deres energi:

$$E_{foton}=h\cdot f=\frac{h\cdot c}{\lambda}=\frac{6,626\cdot 10^{-34}J\cdot s\cdot 299792458\frac{m}{s}}{300\cdot 10^{-9}m}=6,6214856\cdot 10^{-19}J=0,662aJ$$

Da grundtilstandens energi er sat til 0, er energien af niveau A altså 0,662aJ.

Den udsendte foton har altså energien:

$$E_{foton,emission}=E_A-E_B=0,662aJ-0,216aJ=0,446aJ$$

Den udsendte fotons bølgelængde kan så bestemmes:

$$E_{foton,emission}=\frac{h\cdot c}{\lambda} \quad\Leftrightarrow\quad \lambda=\frac{h\cdot c}{E_{foton,emission}}=\frac{6,626\cdot 10^{-34}J\cdot s\cdot 299792458\frac{m}{s}}{0,662\cdot 10^{-18}J}=\underline{\underline{445nm}}$$

Opgave A3 side 26: **Excitation af rubidium i to trin**

a) Man kan enten se på de mulige overganges energi og omregne dem til bølgelængder af det udsendte lys, eller man kan tage udgangspunkt i, at man kender bølgelængden og så omregne den til en energi, der kan sammenlignes med de mulige overgange. Det sidste kræver færre udregninger, så den metode vælges:

$$E_{foton}=\frac{h\cdot c}{\lambda}=\frac{6,63\cdot 10^{-34}J\cdot s\cdot 3,00\cdot 10^{8}m/s}{420\cdot 10^{-9}m}=4,735714\cdot 10^{-19}J=\underline{0,474aJ}$$

Man kan se, at dette svarer til overgangen fra $\underline{\underline{B\rightarrow O}}$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Opgave A4 side 27: **Stråling fra verdensrummet**

Opgave A5 side 28: **Ultraviolet lys på hydrogenatomer**

a) Da man kender energi-intervallet for fotonerne, kan man først finde frekvensen med $E_{foton} = h \cdot f$ og derefter bølgelængden med $c = f \cdot \lambda$. Hvis man slår de 2 formler sammen, kan omregningen foregå i ét skridt:

$$\lambda_{\max} = \frac{c}{f} = \frac{c \cdot h}{E_{foton,\min}} = \frac{299792458 m/s \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s}{1{,}80 \cdot 10^{-18} J} = 1{,}1035819 \cdot 10^{-7} m = \underline{\underline{110 nm}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{c \cdot h}{E_{foton,\max}} = \frac{299792458 m/s \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s}{2{,}00 \cdot 10^{-18} J} = 9{,}932237 \cdot 10^{-8} m = \underline{\underline{99{,}3 nm}}$$

b) Da fotonerne har energier mellem 1,80-2,00aJ, kan de kun excitere hydrogenatomet op til tilstand B. Når detektoren er i position 1, må man derfor forvente, at alle fotonerne passerer uhindret igennem gassen til detektoren, bortset fra dem med en energi på 1,94aJ, hvor en del vil absorberes af hydrogenatomerne.

Hydrogenatomerne i den exciterede tilstand kan henfalde til grundtilstanden på 2 måder. Enten direkte, hvilket giver en udsendelse af lys med energien 1,94aJ (hvilket foregår i alle retninger, dvs. det kan ikke ophæve mere end en lille del af den absorption, der ses i position 1), eller også ved først at springe fra tilstand B til A under udsendelse af fotoner med energien 0,30aJ og derefter fra tilstand A til O under udsendelse af fotoner med energien 1,64aJ.

I position 1 må man altså forvente at detektere fotonerne i området 1,80-2,00aJ med en svækkelse ved 1,94aJ og samtidig noget udsendelse ved 0,30aJ og 1,64aJ. Dette svarer til $\underline{\underline{graf\ 3}}$.

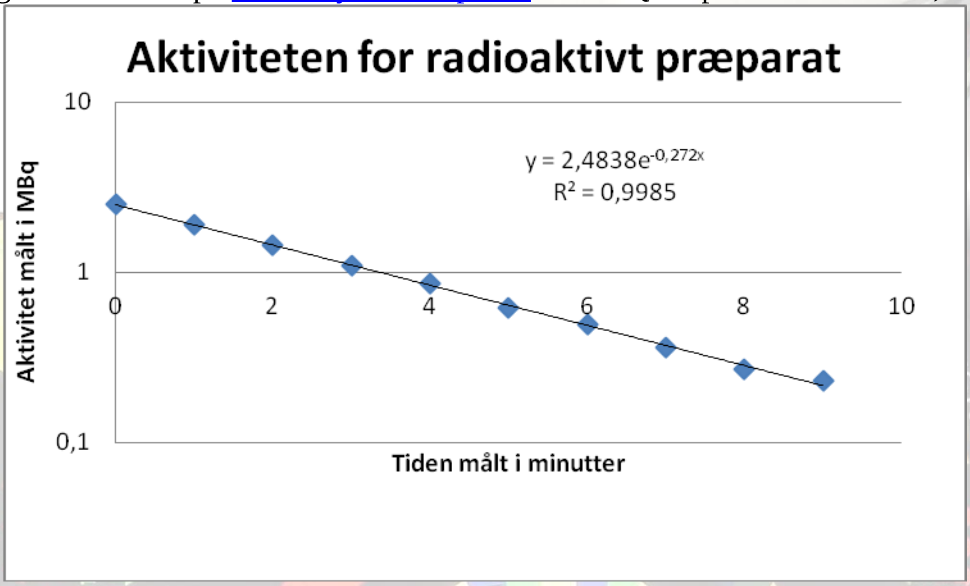
I position 2 må man forvente udsendelser svarende til de 3 excitationer 0,30aJ, 1,64aJ og 1,94aJ. Dette ses at være $\underline{\underline{graf\ 6}}$.

Opgave A6 side 30: **Bestemmelse af halveringstid**

a) **Metode 1:**

Henfaldsloven siger, at aktiviteten som funktion af tiden er $A(t) = A_0 \cdot e^{-k \cdot t}$, hvor A_0 er aktiviteten fra start (tiden 0) og k er henfaldskonstanten.

Værdierne fra tabellen tasten ind i to kolonner i Excel, og henfaldsloven fortæller, at der skal vælges en eksponentiel tendenslinje. Desuden gøres andenaksen logaritmisk, så man kan se, OM det passer med, at aktiviteten er en (aftagende) eksponentiel udvikling.



Det ses, at punkterne med meget god tilnærmelse danner en ret linje, så aktiviteten som funktion af tiden er en eksponentiel udvikling.

Forskriften er: $A(t) = 2{,}4838MBq \cdot e^{-0{,}272\,\text{min}^{-1}\cdot t}$

Henfaldskonstanten aflæses altså til $k = 0{,}272min^{-1}$, og hermed kan halveringstiden bestemmes:

$$T_{½} = \frac{\ln 2}{k} = \frac{\ln 2}{0{,}272\,\text{min}^{-1}} = 2{,}548335\,\text{min} = \underline{\underline{2{,}55\,\text{min}}}$$

b) Den tid, der skal gå, før aktiviteten er nede på 1,00kBq = 0,00100MBq bestemmes:

$solve(0.001 = 2.4838 \cdot e^{-0.272 \cdot t}, t)$ der giver $\underline{\underline{t = 28{,}7\,\text{min}}}$

Metode 2:

Man kan også – igen ved at udnytte sin viden om, at det ifølge henfaldsloven er en eksponentiel udvikling, der beskriver aktiviteten som funktion af tiden – benytte regression uden at lave en graf.

Dette gøres på TI n'spire ved at taste værdierne ind i en tabel og vælge:

Menu → statistik → Statistiske beregninger → Eksponentiel regression.

Resultatet gemmes som f1(x).

Det giver forskriften: $A(t) = 2{,}48375MBq \cdot 0{,}76211^{t}$, hvor t angiver tiden i minutter.

Så kan halveringstiden bestemmes ved:

$solve(f1(x) = 0.5 \cdot f1(0), x)$ der giver x = 2,5515257

Dvs. at halveringstiden er $\underline{\underline{T_{½} = 2{,}55\,\text{min}}}$

Tiden før aktiviteten er faldet til 1,00kBq bestemmes:

$solve(0.001 = f1(x), x)$ der giver x = 28,7768896

Dvs. der går $\underline{\underline{\text{28,8 min}}}$ før aktiviteten er nede på 1,00kBq

<u>*Opgave A7 side 30:*</u> **Minikraftværk**

a) Pu-238 er angivet som alfa-radioaktiv, så dens henfaldsskema bliver:

$$\underline{\underline{{}^{238}_{94}Pu \rightarrow {}^{234}_{92}U + {}^{4}_{2}He}}$$

Plutonium er fundet til at være grundstof nummer 94 i det periodiske system.
Da det er et alfahenfald, udsendes en helium-4 kerne.
Ladningsbevarelsen giver, at datterkernen skal have atomnummeret 92, der i det periodiske system ses at være uran.
Nukleontalsbevarelsen giver, at det er U-234, der er datterkernen.

Det er en kerne, der henfalder, og det er kerner, der dannes, så egentlig skal der regnes på kernemasser, men man kan tillade sig at regne på atommasser, da man dermed lægger det samme antal elektroner til på begge sider, hvilket ikke påvirker masse<u>ændringen</u>.

Atommasserne slås op i databogen version 2000 i tabellen begyndende side 219:

$$\Delta m = m_{U-234-atom} + m_{He-4-atom} - m_{Pu-238-atom} =$$
$$234{,}040947u + 4{,}00260324u - 238{,}049555u = -0{,}00600476u$$

Den frigjorte energi beregnes ud fra massetabet $\left(E = m \cdot c^2\right)$:

$$Q = -\Delta m \cdot 931{,}4943\frac{MeV}{u} = 0{,}00600476u \cdot 931{,}4943\frac{MeV}{u} = 5{,}5933997MeV = \underline{\underline{5{,}593MeV}}$$

b) I databogen version 2000 i tabellen begyndende side 199 findes Pu-238's halveringstid til 87,7år (side 209).

Aktiviteten er givet som $A = k \cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N$, hvor k er henfaldskonstanten og N er antallet af kerner.

For at bestemme aktiviteten skal man altså kende antallet af kerner. Dette kan bestemmes ud fra den ovenfor fundne atommasse (antal kerner er lig antal atomer) og mængden af Pu-238 fra start (kendt fra opgaveteksten):

$$N = \frac{m_{Pu-238-klump}}{m_{Pu-238-atom}} = \frac{9{,}7kg}{238{,}049555 \cdot 1{,}66054 \cdot 10^{-27}kg} = 2{,}453891187 \cdot 10^{25}$$

Altså var aktiviteten fra start:

$$A = \frac{\ln(2)}{T_{½}} \cdot N = \frac{\ln(2)}{87{,}7 \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600s} \cdot 2{,}4539 \cdot 10^{25} = 6{,}14591396055 \cdot 10^{15}Bq = \underline{\underline{6{,}1 \cdot 10^{15}Bq}}$$

c) Vi kender antallet af henfald pr. tid (aktiviteten) og også energien af de enkelte henfald. Dermed kan effekten fra henfaldene bestemmes:

$$P_{henfald} = A \cdot E_{pr.henfald} = 6{,}1 \cdot 10^{15}Bq \cdot 5{,}593 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}J = 5507{,}7308W$$

Altså er nyttevirkningen:

$$\eta = \frac{P_{nyttig}}{P_{henfald}} = \frac{280W}{5507{,}7W} = 0{,}0508376 = \underline{\underline{5{,}1\%}}$$

<u>Opgave A8 side 31:</u> **Tau-leptonen**

Energier i J omregnes til eV, så massen kan bestemmes i unit:

$$6{,}41\cdot 10^{-10}\,J = \frac{6{,}41\cdot 10^{-10}}{1{,}6021773\cdot 10^{-19}}\,eV = 4{,}00\,GeV$$

$$7{,}13\cdot 10^{-10}\,J = \frac{7{,}13\cdot 10^{-10}}{1{,}6021773\cdot 10^{-19}}\,eV = 4{,}45\,GeV$$

Den samlede energi bestående af masseenergi og kinetisk energi er bevaret ved processen, så man har:

$$E_{kin,e-p} + 2\cdot m_e = E_{kin,\tau-\tau} + 2\cdot m_\tau \Leftrightarrow$$

$$m_\tau = \frac{E_{kin,e-p}}{2} + m_e - \frac{E_{kin,\tau-\tau}}{2} = \frac{4{,}00\cdot 1000MeV}{931{,}5Mev/u} + 5{,}49\cdot 10^{-4}u - \frac{4{,}45\cdot 1000MeV}{2\cdot 931{,}5MeV/u} = 1{,}906078u = \underline{\underline{1{,}91u}}$$

Det kan bemærkes, at denne 'lette' partikel tau-leptonen er tungere end protonen, så elektronens masse spillede ikke rigtigt nogen rolle i udregningen.

Opgave A9 side 31: **Mesonhenfald**

a) Henfaldsprocessen er: $\pi^0 \to \gamma + \gamma$

Fotoner er masseløse partikler, og dermed er:

$$\Delta m = 2\cdot m_{foton} - m_\pi = 0 - 0{,}1449u = -0{,}1449u$$

Dvs. at processens Q-værdi er:

$$Q = -\Delta m\cdot 931{,}5MeV/u = 0{,}1449u\cdot 931{,}5MeV/u = 134{,}97435MeV = \underline{\underline{135{,}0MeV}}$$

Da mesonen ligger stille før processen, vil fotonerne dele energien og dermed få samme bølgelængde, der kan bestemmes ved først at finde frekvensen:

$$E_{foton} = h\cdot f \Leftrightarrow f = \frac{E_{foton}}{h} = \frac{½\cdot 134{,}97435\cdot 10^{6}eV}{4{,}135669\cdot 10^{-15}eV\cdot s} = 1{,}631832\cdot 10^{22}s^{-1}$$

Og så kan bølgelængden bestemmes:

$$c = f\cdot\lambda \Leftrightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{299792458m/s}{1{,}631832\cdot 10^{22}s^{-1}} = 1{,}83715258\cdot 10^{-14}m = \underline{\underline{1{,}837\cdot 10^{-14}m}}$$

Dvs. det er gammastråling, der udsendes.

Opgave A10 side 32: **Kaliumindholdet i bananer**

a) Ved at bruge nukleontalsbevarelsen ses den dannede Ar-kerne at have samme nukleontal som K-40, da neutrinoer og elektroner ikke er nukleoner:

$\underline{\underline{{}^{0}_{-1}e + {}^{40}_{19}K \to {}^{40}_{18}Ar + \nu}}$ eller hvis fotonudsendelsen inkluderes: $\underline{\underline{{}^{0}_{-1}e + {}^{40}_{19}K \to {}^{40}_{18}Ar + \nu + \gamma}}$

Det kan bemærkes, at da elektronen og neutrinoen har leptontallet 1, er dette tal også bevaret.

b) Antallet af K-40 henfald pr. døgn er så:

$$0{,}11\cdot A = 3{,}25\cdot 10^{6} \Leftrightarrow A = \frac{3{,}25\cdot 10^{6}}{0{,}11} = 2{,}955\cdot 10^{7}$$

Dette kan så omregnes til Bq:

$$A = \frac{2{,}955\cdot 10^{7}}{24\cdot 3600s} = 341{,}961279s^{-1} = \underline{\underline{342Bq}}$$

c) I databogen findes K-40's halveringstid til $1{,}28\text{Går}$.
Dette kan bruges til at bestemme antallet af K-40 kerner i prøven:

$$A = k \cdot N \Leftrightarrow N = \frac{A}{k} = \frac{A \cdot T_{½}}{\ln 2} = \frac{341{,}961279Bq \cdot 1{,}28 \cdot 10^9 \cdot 365{,}2422 \cdot 24 \cdot 3600s}{\ln 2} = 1{,}9928 \cdot 10^{19}$$

I databogen kan man finde den procentdel (molbrøk), som K-40 kerner udgør af naturligt forekommende K-isotoper. Det findes i stikordsregisteret under "naturligt forekommende nuklider", hvilket i databogen fra 1998 står på side 210. Her ses det, at det er 0,0117% af kaliumkernerne, der er K-40. Dermed er antallet af kaliumkerner:

$$0{,}000117 \cdot N_K = 1{,}9928 \cdot 10^{19} \Leftrightarrow N_K = 1{,}7032 \cdot 10^{23}$$

Da kaliums gennemsnitlige atommasse er $39{,}10u$, giver dette en masse af kalium:

$$m_{kalium} = m_{K-atom} \cdot N_K = 39{,}10u \cdot 1{,}7032 \cdot 10^{23} = 0{,}0110585kg$$

Dermed er det procentvise masseindhold i bananerne:

$$Indhold = \frac{0{,}0110585kg}{2{,}975kg} = 0{,}00371714 = \underline{\underline{0{,}372\%}}$$

Opgave A11 side 33: **Halvledermateriale**

a) I databogen (radioaktive nuklider side 199) ses, at Si-31 er betaminusradioaktiv.
Ved et β^--henfald udsendes en elektron og en antineutrino (hvilket sikrer leptontalsbevarelsen), og med ladningsbevarelsen og nukleontalsbevarelsen bestemmes den dannede kerne:

$$\underline{\underline{{}^{31}_{14}Si \rightarrow {}^{31}_{15}P + {}^{0}_{-1}e + \overline{\nu}}}$$

b) Samme opslag som ovenfor giver, at halveringstiden for henfaldet er 2,62 timer.
Her ses på en ændring af aktiviteten over tid, så henfaldsloven kan bruges:

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{½}}}$$

$$10{,}0kBq = 437GBq \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2{,}62timer}} \Leftrightarrow$$

$$\frac{10{,}0 \cdot 10^3\,Bq}{437 \cdot 10^9\,Bq} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{2{,}62timer}} \Leftrightarrow$$

$$\ln\left(\frac{10{,}0}{437 \cdot 10^6}\right) = \frac{t}{2{,}62timer} \cdot \ln 0{,}5 \Leftrightarrow$$

$$t = \frac{\ln\left(\frac{10{,}0}{437 \cdot 10^6}\right)}{\ln 0{,}5} \cdot 2{,}62timer = 66{,}49856timer$$

Dvs. prøven kan først frigives efter $\underline{\underline{66{,}5\,timer}}$

c) Atommassen for naturligt forekommende silicium ses i det periodiske system at være 28,1u.
Da massen af prøven og den gennemsnitlige atommasse for silicium er opgivet, kan man bestemme antallet af siliciumatomer i prøven. Man skal svare på, hvor stor en procentdel af disse, der omdannes til phosphoratomer, dvs. man skal først bestemme, hvor mange Si-30-kerner, der optager en neutron.
Da der under de 20 timers bestråling hvert sekund dannes det samme antal Si-31, skal man altså bestemme dette antal og derefter gange op til 20 timers antal.
Fra tidligere har man, at der ved strålingens ophør er en aktivitet på 437GBq, og da dette ifølge teksten er det samme som det dannede antal, har man altså, at der hvert sekund dannes 437 milliarder Si-atomer. Dette giver en samlet produktion på:

$$N_P = N_{Si-31} = 437 \cdot 10^9\,s^{-1} \cdot 20 \cdot 3600s = 3{,}1464 \cdot 10^{16}$$

Det samlede antal Si-atomer i prøven er:

$$N_{Si} = \frac{m_{prøven}}{m_{Si-atom}} = \frac{0{,}590kg}{28{,}1 \cdot 1{,}6605 \cdot 10^{-27}kg} = 1{,}264434 \cdot 10^{25}$$

Dvs. at den søgte procentdel er:

$$\frac{N_P}{N_{Si}} = \frac{3{,}1464 \cdot 10^{16}}{1{,}264434 \cdot 10^{25}} = 2{,}488385 \cdot 10^{-9} = \underline{\underline{2{,}49 \cdot 10^{-7}\%}}$$

Opgave A12 side 33: **Kortere halveringstid**

a) Når Be-7 kerner indfanger en af sine elektroner (fra den inderste bane), vil den omdannes til en anden kerne:

$$\underline{\underline{{}^{7}_{4}Be + {}^{0}_{-1}e \rightarrow {}^{7}_{3}Li + \nu}}$$

Ladningsbevarelsen giver, at grundstofnummeret skal være 3, dvs. lithium.
Nukleontalsbevarelsen giver, at det skal være Li-7.
Endelig er der leptontalsbevarelsen, der er opfyldt, når der udsendes en neutrino.

$$\Delta m = m_{Li-7-kerne} - (m_{Be-7-kerne} + m_e) = m_{Li-7-atom} - 3 \cdot m_e - (m_{Be-7-atom} - 4 \cdot m_e + m_e) =$$

$$= m_{Li-7-atom} - m_{Be-7-atom} = 7{,}016\,004\,55 - 7{,}01692983 = -0{,}00092528\text{u}$$

$$Q = -\Delta m \cdot c^2 = 0{,}00092528u \cdot 931{,}5\frac{MeV}{u} = 0{,}86189832 MeV = \underline{\underline{0{,}8619 MeV}}$$

b) 1 time er væsentlig mindre end halveringstiden på 53,3 døgn, så man kan gå ud fra, at antallet af kerner ikke ændrer sig væsentligt i den time, der måles.
Det forventede antal henfaldne kerner -ΔN i løbet af en time kan så bestemmes ud fra aktiviteten A og tidsrummet:

$$-\Delta N = A \cdot \Delta t = k \cdot N \cdot \Delta t = \frac{\ln 2}{T_{½}} \cdot N \cdot \Delta t = \frac{\ln 2}{53{,}3 \cdot 24 timer} \cdot 1{,}03 \cdot 10^9 \cdot 1 time = 558116 = \underline{\underline{5{,}6 \cdot 10^5}}\ .$$

Den procentvise afvigelse for eksperimentet er:

$$\frac{\Delta(-\Delta N)}{-\Delta N} = \frac{573000 - 558116}{558116} = 0{,}02666829 = 2{,}7\%$$

Da dette er over 0,50%, viser eksperimentet, at $\underline{\underline{\text{halveringstiden er ændret}}}$.

Opgave A13 side 34: **Dobbelt β⁻-henfald**

a) Man skal bestemme Q-værdien for de to typer henfald.
Først ses på det almindelige β^--henfald: ${}^{82}_{34}Se \rightarrow {}^{82}_{35}Br + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}$

Til beregning af Q-værdier er det kernemasser, der skal bruges, og databogen (1998-udgaven; Nukliders masse og bindingsenergi side 221) giver atommasserne, men da man skulle trække 34 elektronmasser fra på venstresiden (Se-atomet har 34 elektroner), mens man på højresiden skulle trække 35 elektronmasser fra (Br-atomet har 35 elektroner) og derefter lægge den udsendte elektron til, så ville disse additioner og subtraktioner gå lige op, og derfor kan atommasserne af de to nuklider bruges:

$$Q = -(m_{Br-82} - m_{Se-82}) \cdot 931{,}5 MeV/u =$$

$$-(81{,}916802u - 81{,}916698u) \cdot 931{,}5 MeV/u = \underline{\underline{-0{,}0969 MeV < 0}}$$

Da Q-værdien er negativ, kan denne proces ikke forekomme.

Dobbelte β^--henfald: ${}^{82}_{34}Se \rightarrow {}^{82}_{36}Kr + 2 \cdot {}^{0}_{-1}e + 2 \cdot \bar{\nu}$

$$Q = -(m_{Kr-82} - m_{Se-82}) \cdot 931{,}5 MeV/u =$$

$$-(81{,}913482u - 81{,}916698u) \cdot 931{,}5 MeV/u = \underline{\underline{3{,}00 MeV > 0}}$$

Da Q-værdien er positiv, kan denne proces godt forekomme.

b) Først bestemmes antallet af Se-82 kerner i 2,6g:

$$N = \frac{m_{samlet}}{m_{Se-82\,atom}} = \frac{2{,}6g}{81{,}916698u \cdot 1{,}6605402 \cdot 10^{-24}\, g/u} = 1{,}9114 \cdot 10^{22}$$

Da halveringstiden er meget lang, og da der kun henfalder 32 kerner, kan dette antal regnes som konstant, og derfor kan man bruge: $A = k \cdot N$.

Aktiviteten bestemmes i enheden døgn^{-1}:

$$A = \frac{32}{132døgn} = 0{,}242424døgn^{-1}.$$

Hermed kan henfaldskonstanten bestemmes:

$$k = \frac{A}{N} = 1{,}2683 \cdot 10^{-23} døgn^{-1}.$$

Og så kan endelig halveringstiden bestemmes:

$$T_{½} = \frac{\ln 2}{1{,}2683 \cdot 10^{-23} døgn^{-1}} = 5{,}5 \cdot 10^{22} døgn = \underline{\underline{1{,}5 \cdot 10^{20} år}}$$

Opgave A14 side 34: **Omvendt triple-alfa proces**

a) Højresiden ved et betaminushenfald, hvor der dannes en C-12 kerne, er:

$$\rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}$$

Ifølge ladningsbevarelsen skal moderkernen derfor have atomnummeret 5, og nukleontalsbevarelsen giver, at nukleontallet skal være 12. Dermed er det nuklid, der ved betaminushenfald bliver til C-12: $\underline{\underline{{}^{12}_{5}B}}$

Højresiden ved et betaplushenfald, hvor der dannes en C-12 kerne, er:

$$\rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{0}_{+1}e + \nu$$

Ifølge ladningsbevarelsen skal moderkernen derfor have atomnummeret 7, og nukleontalsbevarelsen giver, at nukleontallet skal være 12. Dermed er det nuklid, der ved betaplushenfald bliver til C-12: $\underline{\underline{{}^{12}_{7}N}}$

b) Egentlig kunne man nøjes med at kigge på atommasserne, da elektronerne ville gå ud i regnskabet, men nu står der i opgaveteksten, at der skal bruges kernemasser, så disse beregnes:

$$m_{C-12,kerne} = m_{C-12,atom} - 6 \cdot m_e = 12u - 6 \cdot 5{,}485799 \cdot 10^{-4} u = 11{,}9967085206u$$

Masserne af de tre He-4-kerner er:

$$3 \cdot m_{He-4,kerne} = 3 \cdot m_{He-4,atom} - 6 \cdot m_e = 3 \cdot 4{,}00260324u - 6 \cdot 5{,}485799 \cdot 10^{-4} u = 12{,}00451824u$$ De

n exciterede energitilstands 1,22pJ omregnes til en masse i unit ifølge Einsteins energi-masse ækvivalens:

$$1{,}22 \cdot 10^{-12} J = \frac{1{,}22 \cdot 10^{-12} J}{1{,}6021773 \cdot 10^{-13} \frac{J}{MeV}} = 7{,}61463791 MeV = \frac{7{,}61463791 MeV}{931{,}4943 \frac{MeV}{u}} = 0{,}00817465u$$

Som det ses, er massen af en ikke-exciteret C-12-kerne mindre end massen af de tre heliumkerner, og dermed kan C-12 kernen ikke henfalde til de tre helium-kerner, da der så ville blive dannet noget masse, hvilket svarer til, at der bliver dannet energi (i modstrid med energibevarelsessætningen).
Hvis man lægger den beregnede masse fra den exciterede tilstand til C-12's kernemasse fås 12,004883168481u, hvilket er større end masserne af de tre heliumkerner (forskellen optræder på 4 decimal, hvor den exciterede C-12-kerne har et 8-tal og de tre heliumkerner har et 5-tal).
Derfor vil den exciterede C-12-kerne godt kunne henfalde til tre heliumkerner, da der så forsvinder (lidt) masse, svarende til at bindingsenergi er omdannet til kinetisk energi.

Opgave A15 side 35: **Neutrinoer fra Solen**

a) Galliums atommasse slås op til 69,723*u*, så antallet af kerner/atomer i beholderen er:

$$N = \frac{m_{samlet}}{m_{Ga-atomer(vægtet\ gennemsnit)}} = \frac{30{,}3 \cdot 1000kg}{69{,}723 \cdot 1{,}6605402 \cdot 10^{-27}kg} = 2{,}61708 \cdot 10^{29} = \underline{\underline{2{,}62 \cdot 10^{29}}}$$

b) Først beregnes Q-værdien for processen (neutrinoen indgår ikke, da den ifølge opgaveteksten regnes som masseløs). Man kan bruge atommasserne for de 2 nuklider i stedet for kernemasserne, da man på venstresiden skulle trække 31 elektronmasser fra, mens man på højresiden skulle trække 32 elektronmasser fra og lægge 1 til:

$$Q = (m_{Ga-71} - m_{Ge-71}) \cdot 931{,}5MeV/u = (70{,}924701u - 70{,}924954u) \cdot 931{,}5MeV/u =$$
$$-0{,}000253u \cdot 931{,}5MeV/u = -0{,}236MeV = -0{,}236 \cdot 1{,}6021773 \cdot 10^{-13}J = -3{,}78 \cdot 10^{-14}J$$

Q-værdien er negativ, dvs. at der tilsyneladende skabes energi ved processen, hvilket jo ikke kan lade sig gøre. For at processen skal kunne forløbe, må der tilføres så meget (kinetisk) energi, at Q-værdien kommer over 0. Dette sker ikke med neutrinoer, der har energier mindre end $3{,}78 \cdot 10^{-14}J$, og derfor kan de ikke få processen til at forløbe.

c) Der vil opstå en ligevægtssituation, hvor der dannes lige så mange Ge-71 kerner, som der henfalder inden for et vist tidsrum. Dette vil ske, for når der henfalder flere kerner, end der dannes, så bliver antallet af kerner mindre, hvilket ikke betyder noget for dannelsen af kernerne, men som betyder, at færre kerner henfalder ($A \propto N$). Og hvis der i modsatte tilfælde henfalder færre kerner, end der dannes, vil antallet af kerner øges, hvilket kun vil påvirke antallet af henfald opad.
Halveringstiden for Ge-71 findes i databogen (1998-udgaven: Radioaktive nuklider side 200) til at være 11,2 døgn.
Der dannes 1,17 Ge-71 kerner pr. døgn, dvs. at ved ligevægten er aktiviteten af Ge-71 kerner:

$$A = 1{,}17døgn^{-1}$$

Desuden er:

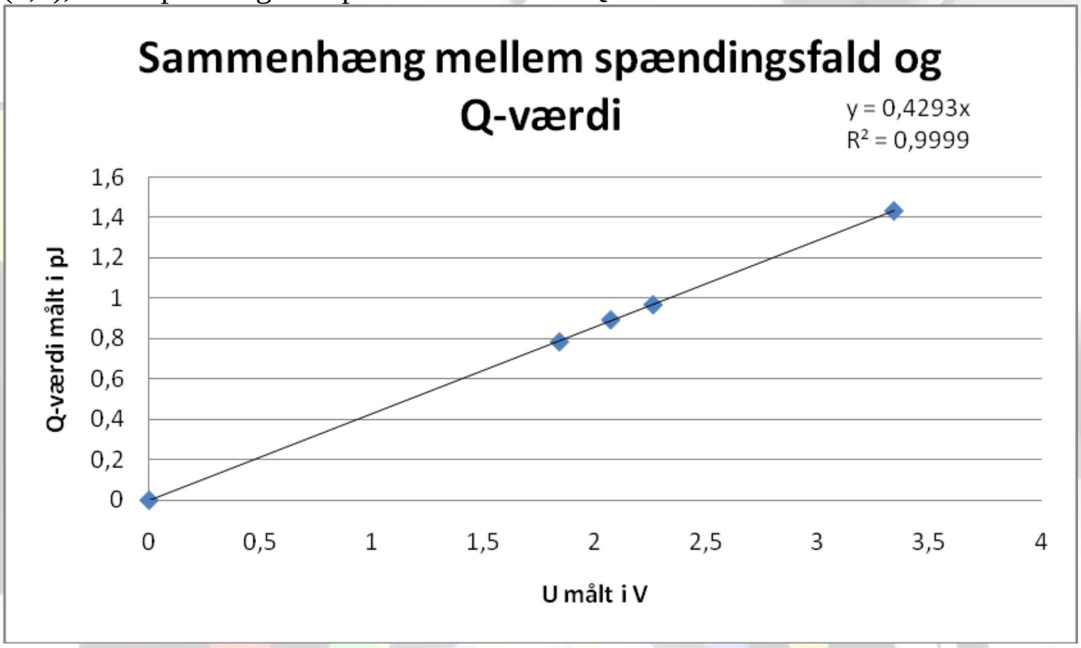
$$k = \frac{\ln 2}{T_{½}} = \frac{\ln 2}{11{,}2døgn}$$

Og hermed kan antallet af kerner bestemmes:

$$A = k \cdot N \Leftrightarrow N = \frac{A}{k} = 1{,}17døgn^{-1} \cdot \frac{11{,}2døgn}{\ln 2} = 18{,}90508 = \underline{\underline{19}}$$ (et helt tal, da det er et antal)

Opgave A16 side 36: **Meget lang halveringstid**

a) Tabellens værdier indskrives i Excel, og man finder en lineær tendenslinje, der tvinges gennem (0,0), da et spændingsfald på 0V må svare til Q-værdien 0:



Man har altså, at $Q(U) = 0{,}4293\dfrac{pJ}{V}\cdot U$

Hermed er: $Q(1{,}17V) = 0{,}4293\dfrac{pJ}{V}\cdot 1{,}17V = 0{,}502281 pJ = \underline{\underline{0{,}502\, pJ}}$

b) Reaktionsskemaet for alfahenfaldet: $\underline{\underline{{}^{209}_{83}Bi \rightarrow {}^{205}_{81}Tl + {}^{4}_{2}He}}$

(Grundstofnummeret for Bi og grundstoffet thallium er fundet i det periodiske system).
Når Q-værdien skal beregnes, skal man egentlig bruge kernemasser, men da samme antal elektroner (83) optræder på begge sider, går de ud med hinanden, og man kan altså bruge atommasser, der findes i databogen (1998-udgaven: Nukliders masse og bindingsenergi begyndende side 219).
Bi-209: m = 208,980374u
Tl-205: m = 204,974401u
He-4: m = 4,00260324u

$$\Delta m = m_{højreside} - m_{venstreside} = 204{,}974401u + 4{,}00260324u - 208{,}980374u = -0{,}00336976u$$

$$Q = -\Delta m \cdot 931{,}4943 MeV/u = 0{,}00336976u \cdot 931{,}4943 MeV/u = 3{,}13891 MeV =$$

$$3{,}13891\cdot 1{,}6021773\cdot 10^{-13} J = 5{,}02909\cdot 10^{-13} J = \underline{\underline{0{,}5029\, pJ}}$$

c) Antallet af Bi-209 kerner i de 91,9g er:

$$N = \frac{m_{samlet}}{m_{Bi-209-atom}} = \frac{91{,}9g}{208{,}980374\cdot 1{,}660540\cdot 10^{-24} g} = 2{,}64826\cdot 10^{23}$$

Da der kun henfalder 128 kerner i perioden (pointen ved meget lang halveringstid), kan antallet af kerner sættes til at være konstant, og man har:

$$A = k\cdot N = \frac{\ln(2)}{T_{½}}\cdot N \quad \Leftrightarrow \quad T_{½} = \frac{\ln(2)\cdot N}{A} = \frac{\ln(2)\cdot 2{,}64826\cdot 10^{23}}{\dfrac{128}{5døgn}} = 7{,}17045\cdot 10^{21} døgn =$$

$$\underline{\underline{7{,}2\cdot 10^{21} døgn}} = 1{,}96\cdot 10^{19} år$$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

<u>Opgave A17 side 36:</u> **Neutronbestråling**

a) Halveringstiden for Th-233 slås op i databogens afsnit om radioaktive nuklider (side 208 i 95-udgaven) til at være 22,3 minutter.
Hermed er:

$$A = \left(1 - e^{-\frac{\ln(2)}{T_{½}}\cdot t}\right)\cdot 981Bq = \left(1 - e^{-\frac{\ln(2)}{22{,}3\min}\cdot 120\min}\right)\cdot 981Bq = 957{,}4616\text{Bq} = \underline{\underline{957\text{Bq}}}$$

b) Til tiden t vil der i tidsrummet dt (der er så lille, at tiden ikke når at ændre sig væsentligt), vil der henfalde: $dN = A \cdot dt$.
For at bestemme det samlede antal henfald i løbet af 4 timer, skal der integreres med hensyn til tiden, der skal regnes i sekunder, da aktiviteten er i Bq:

$$\int_0^{4\cdot 3600s} (\left(1 - e^{-\frac{\ln(2)}{22{,}3\cdot 60s}\cdot t}\right)\cdot 981Bq)dt = 12233840{,}450649 = \underline{\underline{1{,}22\cdot 10^7}}$$

<u>Opgave M1 side 37:</u> **Cykelpumpe**

a) Cyklisten skal lige netop kunne påvirke cykelpumpen med en kraft svarende til den indesluttede luftmasses kraftpåvirkning af stemplet, når dækket er fuldt oppumpet. Denne kraftpåvirkning kommer fra overtrykket, og den beregnes til:

$$p = \frac{F}{A} \quad \Leftrightarrow \quad F = p\cdot A = 520\cdot 10^3\,Pa\cdot 3{,}20\cdot 10^{-4}\,m^2 = \underline{\underline{166{,}4N}}$$ (svarer til at løfte 17kg).

Grunden til, at pumpens tværsnitsareal skal være forholdsvis lille, ses ud fra ovenstående formel, da trykket i cykelslangen skal opnå en fast værdi (520 kPa), og da kraftpåvirkningen derfor er (ligefrem-)proportional med tværsnitsarealet. Så jo større tværsnitsareal, des større kraftpåvirkning, hvilket kræver stærkere cyklister.

<u>Opgave M2 side 37:</u> **Flydende stearinlys**

a) Stearinlyset er påvirket af 2 kræfter: Tyngdekraften og opdriften.
Det er hele stearinlysets masse, der er påvirket af tyngdekraften, mens opdriften kun afhænger af rumfanget af den del af lyset, der er under vandet.
Tyngdekraften har retning nedad og opdriften opad, og da lyset står stille i vandet, må de 2 kræfter være lige store. Man har derfor:

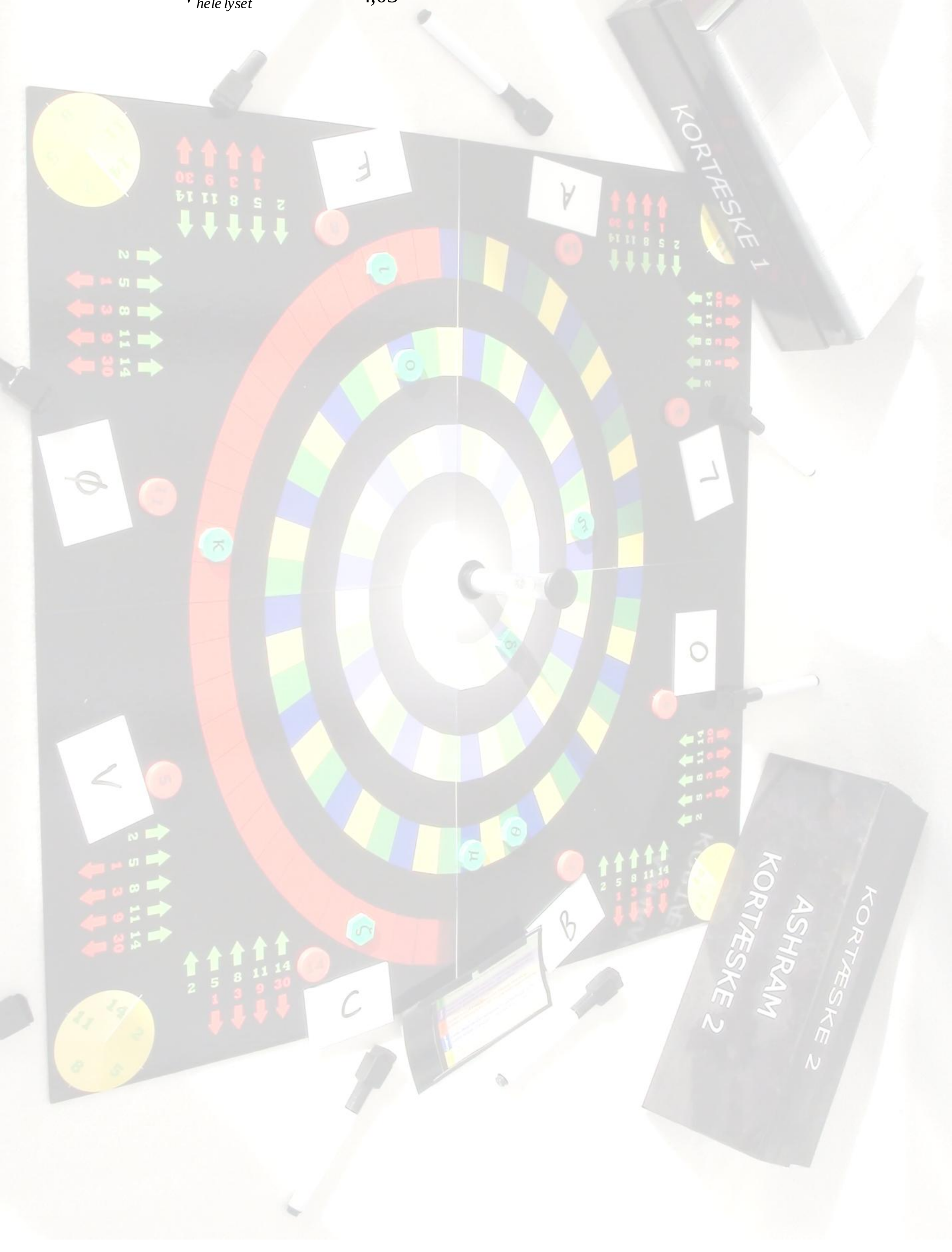
$$F_t = F_{op} \Leftrightarrow m_{hele\ lyset}\cdot g = V_{lys\ under\ vand}\cdot \rho_{vand}\cdot g \Leftrightarrow m_{hele\ lyset} = V_{lys\ under\ vand}\cdot \rho_{vand} \Leftrightarrow$$

$$\rho_{hele\ lyset}\cdot V_{hele\ lyset} = V_{lys\ under\ vand}\cdot \rho_{vand} \Leftrightarrow \underline{\rho_{hele\ lyset} = \frac{V_{lys\ under\ vand}}{V_{hele\ lyset}}\cdot \rho_{vand}}$$

Dette giver en metode til at bestemme densiteten af lyset (eller udregne hvor stor en del af et isbjerg, der ligger over vandet), hvis man kender densiteten af vand.
Man skal bestemme, hvor stor en procentdel af lyset, der er under vandet, og denne del skal ganges med vandets densitet. Procentdelen kan bestemmes ved at måle med en lineal på figuren, da forholdet mellem højderne svarer til forholdet med rumfangene.
Ved at måle på fotografiet fås:


Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

$$\rho_{hele\ lyset} = \frac{V_{lys\ under\ vand}}{V_{hele\ lyset}} \cdot \rho_{vand} = \frac{3{,}82}{4{,}05} \cdot 1{,}00 g/cm^3 = 0{,}94321 g/cm^3 = \underline{\underline{0{,}94 g/cm^3}}$$



Opgave M3 side 38: **Redningsvest**

En person, der flyder i vandet, er påvirket af tyngdekraften, der kun afhænger af massen, og af opdriften, der afhænger af den fortrængte væskemængde.
Hvis redningsvesten anslås at veje 2 kg, vil tyngdekraften på en 100kg tung person med redningsvest være:

$$F_t = m \cdot g = 102kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 1002N$$

Opdriften på personen kan opdeles i den del, der skyldes redningsvesten, og som er angivet til 150N, samt den del, der skyldes at en del af personen er under vand. Det vides ikke, om vesten bruges i ferskvand eller havvand, så vands densitet sættes til 1000kg/m^3. Den del af personen, der er under vand, når vedkommende flyder ($F_{res} = 0$) kan således bestemmes ved:

$$F_t = F_{op}$$

$$F_t = F_{op,vest} + F_{op,person}$$

$$1002N = 150N + \rho_{vand} \cdot V_{fortrængt} \cdot g \quad \Leftrightarrow$$

$$V_{fortrængt} = \frac{1002N - 150N}{\rho_{vand} \cdot g} = \frac{1002N - 150N}{1000\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}} = 0{,}08676m^3$$

Da personen har rumfanget 0,098m^3, vil det altså ”kun” være 89%, der er under vandet, og hovedet – der udgør mindre end 11% af et voksent menneskes rumfang – vil altså være helt over vandet.

Opgave M4 side 38: **Lodret kast med luftmodstand**

a) De bolden er tilbage i starthøjden, er den potentielle energi uændret, så tabet i mekanisk energi kommer udelukkende af et tab i kinetisk energi:

$$-\Delta E_{mek} = -\Delta E_{kin} = E_{kin,start} - E_{kin,slut} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{start}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{slut}^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \left(v_{start}^2 - v_{slut}^2\right) =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0{,}152kg \cdot \left(\left(16{,}0\frac{m}{s}\right)^2 - \left(14{,}8\frac{m}{s}\right)^2 \right) = 2{,}80896J = \underline{\underline{2{,}8J}}$$

b) Bolden er påvirket af to kræfter: Tyngdekraften og luftmodstanden (der ses bort fra opdriften). Tyngdekraften er en konservativ kraft, dvs. den mekaniske energi er bevaret, hvis en genstand kun er påvirket af denne. Tabet i mekanisk energi skyldes altså alene luftmodstanden.
Man har altså, at $A_{luftmodstand} = \Delta E_{mek} \quad \Leftrightarrow \quad -F_{luft} \cdot \Delta s = \Delta E_{mek}$, hvor F_{luft} er et gennemsnit over den pågældende strækning. Arbejdet er negativt, da luftmodstanden er modsatrettet bevægelsen.
Luftmodstanden vokser med øget fart. Det vil altså ifølge ovenstående formler også sige, at det udførte arbejde (regnet uden fortegn) og dermed tabet i mekaniske energi er størst, når den gennemsnitlige fart er størst, da strækningen (selvfølgelig) er den samme på op- og nedturen.
Da bolden i gennemsnit bevæger sig hurtigst på vej opad, er tabet i mekaniske energi $\underline{\underline{\text{størst på opturen.}}}$

Opgave M5 side 39: **Måling af reaktionstid**

a) Papstykket har en meget lille overflade i bevægelsesretningen, og det når at falde i meget kort tid, så man kan regne med, at det falder med den konstante acceleration 9,82m/s^2.
Strækningen, det når at falde på 150ms, er hermed:

$$\Delta s = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 = \frac{1}{2}\cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}\cdot(0{,}150s)^2 = 0{,}110475m = \underline{\underline{110mm}}$$

Stregerne angiver tidsrum med 0,020s mellemrum, dvs. for hver streg ændres tiden med 0,020s.
Dvs. at afstanden mellem de enkelte streger er:

$$d = \frac{1}{2}\cdot g\cdot(t_0 + 0{,}020s)^2 - \frac{1}{2}\cdot g\cdot t_0^2 = g\cdot 0{,}020s\cdot t_0 + \frac{g\cdot(0{,}020s)^2}{2}$$

$$d = 0{,}1964\frac{m}{s}\cdot t_0 + 0{,}001964m$$

Afstanden øges altså med tiden (man må gå ud fra, der er sket en fejl omkring 40 og 60ms), og ovenstående sammenhæng kan bruges til at beregne afstandene mellem de enkelte streger.

Opgave M6 side 39: **Lac Leman**

a) Strålen vurderes til at nå 70m op i luften (7 gange bygningernes højde, og bygningerne vurderes til at være 10m høje). Da den bremses af luftmodstanden, anslås det, at strålen ville være nået 100m op, hvis der ikke havde været luftmodstand.
Hvis der ikke er luftmodstand, er den lodrette bevægelse med konstant acceleration (tyngdeaccelerationen), så begyndelseshastigheden kan bestemmes ved at sammensætte et par bevægelsesligninger, hvor den positive retning vælges nedad:

$$\left.\begin{array}{l} s = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \\ v = g\cdot t + v_0 \quad\Leftrightarrow\quad t = \frac{v - v_0}{g} \end{array}\right\} \Rightarrow s = \frac{1}{2}\cdot g\cdot\left(\frac{v-v_0}{g}\right)^2 \quad\Leftrightarrow\quad v_0 = v - \sqrt{2\cdot g\cdot s}$$

Når s = 100m, er v = 0 m/s, så man får:

$$v_0 = 0\frac{m}{s} - \sqrt{2\cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}\cdot 100m} = -44{,}317\frac{m}{s} = -44\frac{m}{s}$$

På ét sekund dannes altså en ”vandcylinder” med højden 44m og tværsnitsarealet:

$$A = \pi\cdot r^2 = \pi\cdot(0{,}05m)^2 = 0{,}00785398m^2$$

Dermed er det opsendte rumfang vand pr. sekund:

$$V = h\cdot A = 44m\cdot 0{,}00785m^2 = 0{,}348m^3 = \underline{\underline{0{,}35m^3}}$$

Opgave M7 side 40: **Hurtigløb**

a) Gennemsnitsfarten beregnes: $v_{gennemsnit} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{100m}{9{,}83s} = 10{,}1729\frac{m}{s} = \underline{\underline{10{,}17\frac{m}{s}}} = 36{,}6\frac{km}{t}$

b) Der gælder generelt, at $a(t) = v'(t)$
Det er nok nemmest at lave en grafisk afbildning af hastighedsfunktionen på computer eller lommeregner og så beregne differentialkvotienten i 0, men man kan også løse en del i hånden:

$$a(t) = v'(t) = \left(A - B\cdot t - A\cdot 0{,}4937^t\right)' = -B - A\cdot\ln(0{,}4937)\cdot 0{,}4937^t$$

Hermed bliver:

$$a(0) = -0{,}0944 - 12{,}42 \cdot \ln(0{,}4937) \cdot 0{,}4937^0 = 8{,}67197 = \underline{\underline{8{,}67 \frac{m}{s^2}}}$$

Accelerationen er positiv til at begynde med, men som tiden går falder accelerationen, da $0{,}4937^t$ er en aftagende funktion af *t*. Dermed vil den maksimale hastighed findes på det tidspunkt, hvor accelerationen er nul (hvis det findes inden for de 9,83s). Alternativt kan man bestemme maksimum for grafen for v(t).

$$a(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad B = -A \cdot \ln(0{,}4937) \cdot 0{,}4937^t \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{\ln\left(\dfrac{B}{-A \cdot \ln(0{,}4937)}\right)}{\ln(0{,}4937)} = 6{,}41961s$$

På dette tidspunkt er hastigheden:

$$v(6{,}41961s) = 12{,}42\frac{m}{s} - 0{,}0944\frac{m}{s^2} \cdot 6{,}41961s - 12{,}42\frac{m}{s} \cdot 0{,}4937^{6{,}41961} = 11{,}6802\frac{m}{s} = \underline{\underline{11{,}68\frac{m}{s}}}$$

c) Da $s'(t) = v(t)$ er $s(t) = \int_0^t v(x)dx$, så man kan bestemme tiden for de første 50m ved:

$solve(50 = \int_0^t \left(12{,}42 - 0{,}0944 \cdot x - 12{,}42 \cdot 0{,}4937^x\right)dx, t)$ der blandt flere løsninger giver:

$\underline{\underline{t = 5{,}53s}}$

Der er desuden en negativ løsning og en løsning på 258s, men de ligger uden for modellens rækkevidde og forkastes altså.
Den negative løsning kommer af, at modellen fører til en negativ hastighed før start, hvilket svarer til, at Ben skulle være løbet baglæns før startskuddet og derfor kom oppe fra 50m-mærket.
De 258s kommer af, at accelerationen er en aftagende funktion og som beregnet ovenfor er negativ efter 6,42s, hvorfor hastigheden vil falde og efter et stykke tid igen blive negativ (ligesom før start), hvorfor Ben vil begynde at løbe baglæns og på et tidspunkt komme tilbage til de 50m efter allerede at have passeret dem.

Opgave M8 side 40: **Sprint**

Opgave M9 side 41: **Rullende stålkugle**

Opgave M10 side 41: **Mercedes 600 SL**

Opgave M11 side 42: **Målspark**

a) Når der ses bort fra luftmodstand bliver gennemsnitsfarten i vandret retning:

$$v_{gennemsnit} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{60m}{2{,}9s} = 20{,}6897\frac{m}{s} = \underline{\underline{21\frac{m}{s}}}$$

b) Det antages, at bolden ikke skruer, og at man kan se bort fra luftmodstanden, således at banen er en del af en parabel (skråt kast).
Den vandrette bevægelse antages således at være en bevægelse med konstant hastighed (anvendt ovenfor), mens den lodrette bevægelse er en bevægelse med konstant acceleration (tyngdeaccelerationen). Da bolden lander i samme højde, som den begyndte, har det taget 1,45s at nå toppunktet i bevægelsen. Dette bruges til at bestemme begyndelsesfarten i lodret retning, da farten i lodret retning i toppunktet er 0:

$$s_{lodret}(t) = -\frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 + v_{0,lodret}\cdot t + s_{0,lodret}$$

$$v_{lodret}(t) = s'_{lodret}(t) = -g\cdot t + v_{0,lodret}$$

$$0 = -g\cdot 1{,}45s + v_{0,lodret} \quad\Leftrightarrow\quad v_{0,lodret} = 9{,}82\frac{m}{s^2}\cdot 1{,}45s = \underline{14{,}239\frac{m}{s}}$$

Den vandrette og den lodrette hastighedskomposant udgør kateterne i en retvinklet trekant, hvor begyndelsesfarten er længden af hypotenusen. Så man har:

$$v_{start} = \sqrt{\left(20{,}6897\frac{m}{s}\right)^2 + \left(14{,}239\frac{m}{s}\right)^2} = 25{,}116\frac{m}{s} = \underline{\underline{25\frac{m}{s}}} = 90km/t$$

Opgave M12 side 42: **Golfputtet**

a) Først findes den tid det vil tage at falde en golfradius ned. Den lodrette bevægelse har tyngdeaccelerationen som acceleration, og dens begyndelsesfart er 0 (da golfkuglen trillede vandret inden hullet). Den skal falde 2,1cm, og det vil tage:

$$\Delta s_{lodret} = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \quad\Leftrightarrow\quad t = \sqrt{\frac{2\cdot\Delta s_{lodret}}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 0{,}021m}{9{,}82\frac{m}{s^2}}} = 0{,}0653987s = \underline{\underline{65ms}}$$

Skallen af golfkuglen befinder sig 2,1cm længere fremme end centrum, og da golfkuglen "rammer" hullet, når centrum er over hullets kant, mens den rammer hullets kant med skallen, må golfkuglen kun have bevæget sig 10,8cm-2,1cm = 8,7cm, hvis den skal nå at falde mindst én golfkugleradius.
Da den vandrette bevægelse er en bevægelse med konstant hastighed, kan den største fart bestemmes:

$$\Delta s = v\cdot t \quad\Leftrightarrow\quad v_{maks} = \frac{0{,}087m}{0{,}0653987s} = 1{,}3303\frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}33\frac{m}{s}}}$$

Alt dette er beregnet ud fra, at man rammer hullet perfekt, så kuglens vandrette bevægelse følger en diameter i cirklen, der udgør hullets munding.

Opgave M13 side 43: **Tennisserv**

Opgave M14 side 44: **Tårnspring**

a) Drengen betragtes som et punkt (massemidtpunktet), der befinder sig 11m over bassinkanten. Det antages, at han løber med farten 5 m/s (18km/t)og sætter af i vandret retning, og der ses bort fra luftmodstanden.
Punktets (drengens) bevægelse deles op i en lodret bevægelse med konstant acceleration (tyngdeaccelerationen) og begyndelseshastigheden 0 og i en vandret del med den konstante fart 5m/s.
Faldtiden bestemmes:

$$s_{lodret} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \Leftrightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot s_{lodret}}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 11m}{9{,}82\frac{m}{s^2}}} = 1{,}5s$$

På denne tid når drengen:

$$s_{vandret} = v_{vandret} \cdot t = 5\frac{m}{s} \cdot 1{,}5s = 7{,}5m$$

Og med ½m mere som sikkerhed, kan man sige, at $\underline{\underline{8m}}$ i vandret retning fra vippekant til bassinkant skulle være nok til, at der ikke sker uheld.
Hvis der også skal tages højde for veltrænede selvmordere, kan man regne med en fart på 15 m/s, der giver et krav på 23m, og så skulle selv Usain Bolt som længdespringer være sikker.

Opgave M15 side 44: **Ejection Seat**

a) Da man kender accelerationen, kan den resulterende kraft (den samlede kraft) bestemmes ud fra Newtons 2. lov:

$$F_{res} = m \cdot a = 140kg \cdot 47\frac{m}{s^2} = 6580N = \underline{\underline{6{,}6kN}}$$

b) Stolen er påvirket af tyngdekraften samt en trækkraft fra hver af de to elastikker. Da vinklerne er de samme for de to elastikker, er deres trækkræfter det også (ellers ville stolen ikke sendes lodret op).
Den lodrette del af kraften fra en af elastikkerne er givet ved: $F_{lodret} = F_{elastik} \cdot \sin(71°)$.
Elastikkerne trækker opad og tyngdekraften trækker nedad, så man har:

$$F_{res} = 2 \cdot F_{lodret} - F_t \quad \Leftrightarrow$$

$$F_{res} = 2 \cdot F_{elastik} \cdot \sin(71°) - F_t \quad \Leftrightarrow$$

$$F_{elastik} = \frac{F_{res} + F_t}{2 \cdot \sin(71°)} = \frac{F_{res} + m \cdot g}{2 \cdot \sin(71°)} = \frac{6580N + 140kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}}{2 \cdot \sin(71°)} = 4206{,}5805N = \underline{\underline{4{,}2kN}}$$

Opgave M16 side 46: **En bjergbestiger samles op**

a) Bjergbestigeren er påvirket af tre kræfter, der lagt sammen som vektorer må give nulvektoren, da bjergbestigeren hænger stille (Newtons 1. og 2. lov).
Han er påvirket af tyngdekraften, der peger lodret nedad, en vandret snorkraft samt en skrå snorkraft.

Tyngdekraften beregnes: $F_t = m \cdot g = 75kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 736{,}5N = 737N$

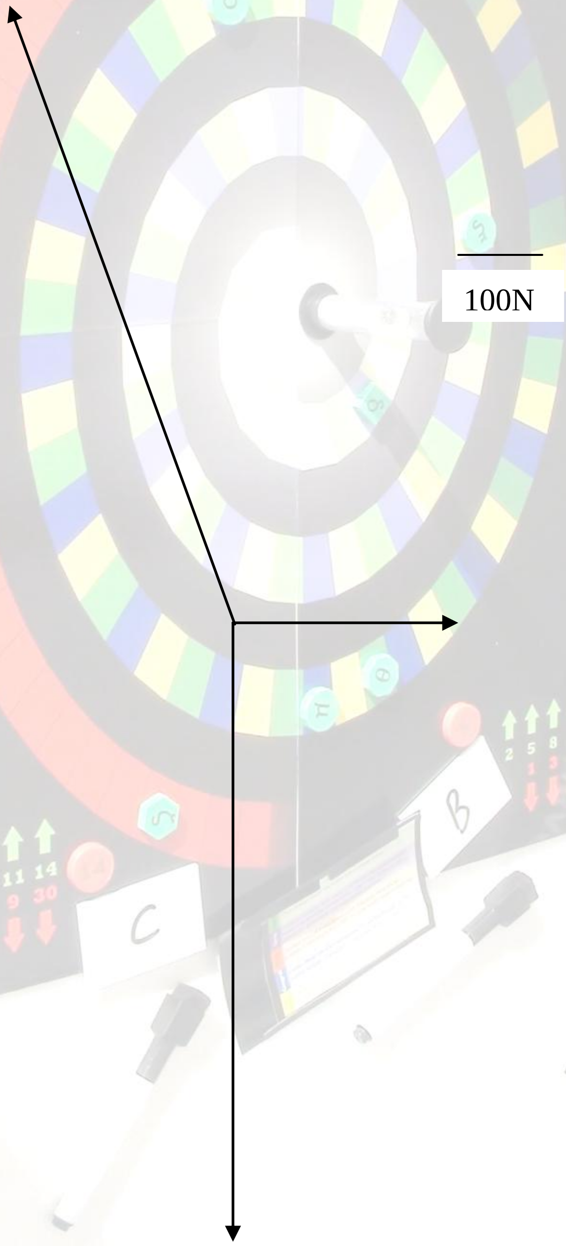
Den lodrette del af den skrå snorkraft med netop ophæve tyngdekraften, da den vandrette snorkraft i sagens natur ikke bidrager med noget lodret. Så man har:

$$F_{snor,skrå} \cdot \sin(70°) = F_t \quad \Leftrightarrow \quad F_{snor,skrå} = \frac{F_t}{\sin(70°)} = \frac{736{,}5N}{\sin(70°)} = 783{,}76693N = 784N$$

Den vandrette del af den skrå snorkraft vil netop ophæves af den vandrette snorkraft, hvis størrelse derfor kan beregnes:

$$F_{snor,vandret} = F_{snor,skrå} \cdot \cos(70°) = 783{,}8N \cdot \cos(70°) = 268{,}0640775N = 268N$$

Hermed er størrelserne af de tre kræfter fundet, og de kan indtegnes:



Opgave M17 side 47: **Container**

a) Stålwiren trækker i samme retning, som containeren bevæger sig, så vinklen mellem trækkraften og bevægelsesretningen er 0°.
Effekten er så:

$$P = F \cdot v = 78{,}4kN \cdot 0{,}25\frac{m}{s} = \underline{\underline{19{,}6kW}}$$

b) Man kan se bort fra luftmodstanden, da containeren bevæger sig langsomt. Den påvirkes derfor af fire kræfter:

Tyngdekraften: Retningen er lodret nedad.

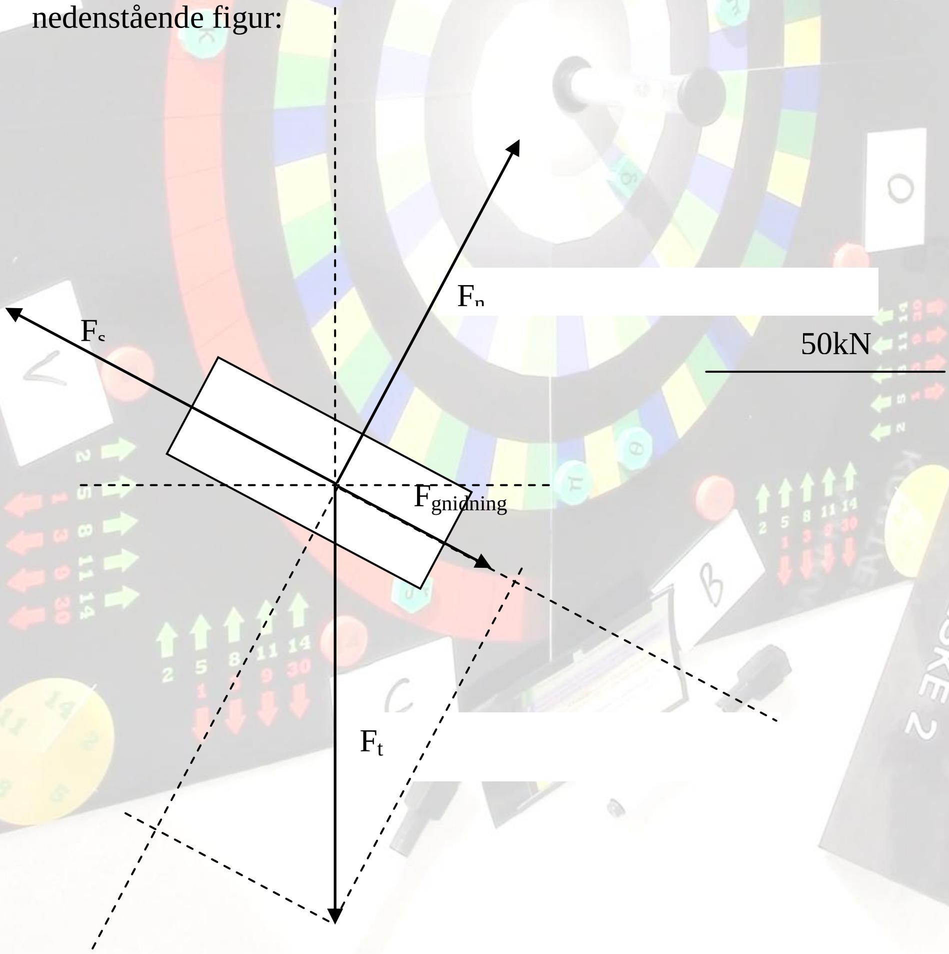
Størrelsen: $F_t = m \cdot g = 9{,}2 \cdot 10^3 kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 90344N = 90{,}3kN$

Trækkraften: Størrelsen er opgivet til 78,4kN og retningen er 28° over vandret.

Normalkraften: Retningen er vinkelret på underlaget. Størrelsen kan beregnes om lidt.

Gnidningskraften: Peger langs underlaget modsat bevægelsen. Størrelsen beregnes senere.

Da bevægelsen er med konstant hastighed, er den resulterende kraft 0, og derfor må de fire ovenstående kræfter lagt sammen som vektorer give nulvektoren. Dette benyttes på nedenstående figur:



Normalkraftens størrelse er beregnet på følgende måde:
Da den resulterende kraft er nul, og da trækkraften og gnidningskraften står vinkelret på normalkraften, må det være en del af tyngdekraften, der ophæver gnidningskraften, dvs. den del af tyngdekraften, der virker parallelt med normalkraften, må have samme størrelse som denne (og er modsat rettet).
Tyngdekraften danner en spids vinkel på 28° med linjen parallelt med normalkraften, så længden af dens projektion på linjen er:

$$F_n = F_{t,projektion1} = \cos(28°) \cdot F_t = 79769N = \underline{79{,}8kN}$$

Gnidningskraftens størrelse er beregnet på følgende måde:
Da den resulterende kraft er nul, og da normalkraften står vinkelret på gnidningskraften, må trækkraften ophæves af summen af gnidningskraften og den del af tyngdekraften, der går parallelt med træk- og gnidningskraften.
Dvs. at man har:

$$F_s = F_{gnidning} + F_{t,projektion2} \quad \Leftrightarrow \quad F_{gnidning} = F_s - F_{t,projektion2} = 78{,}4kN - \sin(28°) \cdot F_t = 35986N = \underline{36kN}$$

c) Gnidningskoefficienten (den dynamiske) kan beregnes ud fra værdierne fra b):

$$F_{gnidning} = \mu \cdot F_n \quad \Leftrightarrow \quad \mu = \frac{F_{gnidning}}{F_n} = \frac{35986N}{79769N} = 0{,}451128 = \underline{\underline{0{,}45}}$$

Opgave M18 side 48: **Et IC3-togs acceleration**

Opgave M19 side 48: **Legetøjsflyver**

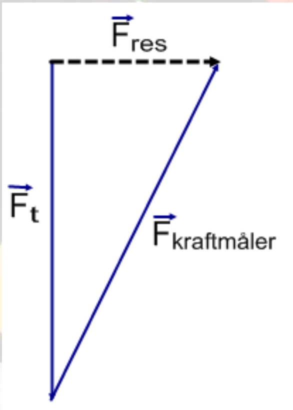
a) Da man kender radius og periode (omløbstid), kan accelerationen bestemmes ved:

$$a = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}85m}{(2{,}10s)^2} = 7{,}60921881263\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{7{,}6\frac{m}{s^2}}}$$

b) Legetøjsflyveren bevæger sig i en jævn cirkelbevægelse, så den resulterende kraft på flyveren udgør den nødvendige centripetalkraft, og dens størrelse er dermed:

$$F_{res} = m \cdot a = 0{,}176kg \cdot 7{,}6\frac{m}{s^2} = 1{,}33922251102N$$

Flyveren er påvirket af to kræfter: Tyngdekraften og kraften fra kraftmåleren. Disse to lagt sammen som vektorer må altså give den resulterende kraft. Man har altså:



Tyngdekraften beregnes: $F_t = m \cdot g = 0{,}176kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 1{,}72832N$

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

Størrelsen af kraften for kraftmåleren bestemmes så ved Pythagoras:

$$F_{kraftmåler} = \sqrt{F_t^{\ 2} + F_{res}^{2}} = \sqrt{(1{,}728N)^2 + (1{,}339N)^2} = 2{,}18645991421N = \underline{\underline{2{,}2N}}$$

M20 side 49: **Hubble-teleskopet**

a) Hubbleteleskopet kan antages kun at være påvirket af gravitationskraften fra Jorden (der ses bort fra påvirkningerne fra Solen og Månen samt de helt ubetydelige påvirkninger fra andre planeter og galakser), der altså udgør centripetalkraften i cirkelbevægelsen.
Så man har:

$$F_t = F_{cen}$$

$$G \cdot \frac{M_{jord} \cdot m_{Hubble}}{r^2} = m_{Hubble} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$G \cdot \frac{M_{jord}}{r^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r}{T^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$r^3 = \frac{G \cdot M_{jord} \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2} \quad \Leftrightarrow$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot 5{,}976 \cdot 10^{24} kg \cdot (96{,}3 \cdot 60s)^2}{4 \cdot \pi^2}} = 6959487{,}41251m$$

Da Jordens middelradius er 6371km, er teleskopets højde over jordoverfladen:

$$h = 6959km - 6371km = \underline{\underline{588km}}$$

Opgave M21 side 49: **Sirius B**

a) $$\rho_{siriusB} = \frac{m_{siriusB}}{V_{siriusB}} = \frac{1{,}05 \cdot m_{sol}}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_{siriusB}^3} = \frac{1{,}05 \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30} kg}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (5{,}568 \cdot 10^6 m)^3} = 2889722146{,}7 \frac{kg}{m^3} = \underline{\underline{2{,}9 \cdot 10^9 \frac{kg}{m^3}}}$$

b) Tyngdeaccelerationen ved overfladen af Sirius B kan bestemmes ved at udnytte, at man, når man er uden for Sirius B, kan betragte massen, som om den er placeret i et punkt i centrum af stjernen. Dermed har man afstanden fra et objekt ved overfladen til "stjernen".
Tyngdeaccelerationen er den acceleration et objekt vil have pga. stjernens masse, når det befinder sig ved overfladen, og da accelerationen er knyttet til den resulterende kraft ifølge Newtons 2. lov, så har man:

$$F_t = F_{res} \quad \Leftrightarrow$$

$$G \cdot \frac{m_{siriusB} \cdot m_{objekt}}{r^2} = m_{objekt} \cdot a \quad \Leftrightarrow$$

$$a = G \cdot \frac{m_{siriusB}}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{1{,}05 \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30} kg}{(5{,}568 \cdot 10^6 m)^2} = 4495414{,}6 \frac{m}{s^2} = \underline{\underline{4{,}5 \cdot 10^6 \frac{m}{s^2}}}$$

Opgave M22 side 50: **Sort hul**

Opgave M23 side 50: **Jagten på sorte huller**

a) Ud fra omløbstiden og farten i den jævne cirkelbevægelse kan radius bestemmes:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \quad \Leftrightarrow \quad r = \frac{v \cdot T}{2 \cdot \pi} = \frac{4{,}1 \cdot 10^5 \frac{m}{s} \cdot 10{,}4 \cdot 3600 s}{2 \cdot \pi} = 2443092038{,}4379 m = \underline{\underline{2{,}4 \cdot 10^9 m}}$$

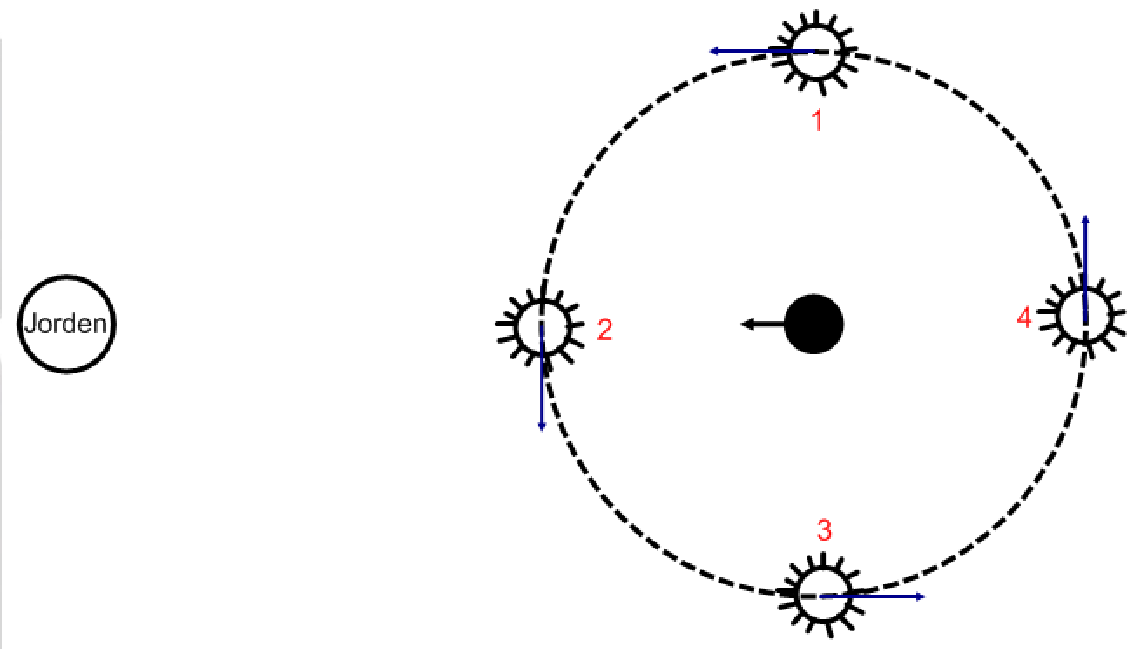
b) Det er tyngdekraften fra det sorte hul, der giver den nødvendige centripetalkraft i den jævne cirkelbevægelse, så man har:

$$F_t = F_c$$

$$G \cdot \frac{m_{stjerne} \cdot M_{sort\ hul}}{r^2} = m_{stjerne} \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$M_{sort\ hul} = \frac{r \cdot v^2}{G} = \frac{2{,}4 \cdot 10^9 m \cdot \left(4{,}1 \cdot 10^5 \frac{m}{s}\right)^2}{6{,}6726 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2}} = 6{,}1547788 \cdot 10^{30} kg = \underline{\underline{6{,}2 \cdot 10^{30} kg}}$$

c) Perioden for Jordens bevægelse omkring Solen er 1 år, og da dette er meget mere end de 10,4 timer for stjernen, kan man med god tilnærmelse regne med, at Jorden ikke ændrer sin bevægelse i det pågældende tidsrum.



Stjernens hastighed i forhold til Jorden afhænger både af det sorte huls hastighed og af stjernens placering i forhold til det sorte hul (se ovenstående figur).
I position 1 bevæger stjernen sig i sin cirkelbevægelse mod Jorden (afstanden mellem Jorden og det sorte hul er ikke korrekt på tegningen. Jorden ligger så langt væk, at den vandrette retning ovenfor er retningen mod Jorden eller væk fra Jorden). Dette vil give den største hastighed i retningen mod Jorden. Det svarer til kurvens top, hvor værdien aflæses til 460 km/s.

Situation 3 passer til kurvens bund, da stjernen her har sin maksimale hastighed VÆK fra Jorden. Her aflæses værdien til 350 km/s.

I situation 2 og 4 vil man fra Jorden registrere det sorte huls bevægelse i forhold til Jorden i lyset fra stjernen, da stjernen bevægelse omkring det sorte hul ikke giver noget bidrag til bevægelsen mod Jorden.

Da den maksimale hastighed MOD Jorden er større end den VÆK fra Jorden, må det sorte hul bevæge sig MOD Jorden. Der kan opstilles to ligninger til bestemmelse af både det sorte huls hastighed og stjernens fart i cirkelbevægelsen:

$$v_1 = v_{stjerne} + v_{sort} \quad \Leftrightarrow \quad 460\frac{km}{s} = v_{stjerne} + v_{sort}$$

$$v_3 = v_{sort} - v_{stjerne} \quad \Leftrightarrow \quad -350\frac{km}{s} = v_{sort} - v_{stjerne}$$

Trækkes de to ligninger fra hinanden fås:

$$460\frac{km}{s} - \left(-350\frac{km}{s}\right) = \left(v_{stjerne} + v_{sort}\right) - \left(v_{sort} - v_{stjerne}\right) \quad \Leftrightarrow$$

$$810\frac{km}{s} = 2 \cdot v_{stjerne} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{v_{stjerne} = 405\frac{km}{s}}}$$

Dette stemmer med det opgivne tal for farten i cirkelbevægelsen.

Lægges de to ligninger sammen fås:

$$460\frac{km}{s} - 350\frac{km}{s} = \left(v_{stjerne} + v_{sort}\right) + \left(v_{sort} - v_{stjerne}\right) \quad \Leftrightarrow$$

$$110\frac{km}{s} = 2 \cdot v_{sort} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{v_{sort} = 55\frac{km}{s}}}$$

Opgave M24 side 52: **Komethale**

Opgave M25 side 53: **Solsejlads**

a) Effekten vinkelret på strålingen hænger sammen med intensiteten I og arealet A af den bestrålede flade ved $P = I \cdot A$, så man får (der er fejl i opgaveteksten. Den opgivne intensitet er 1370 og ikke 1,370):

$$F = \frac{2 \cdot P}{c} = \frac{2 \cdot I \cdot A}{c} = \frac{2 \cdot 1370\frac{W}{m^2} \cdot 1{,}00m^2}{299792458\frac{m}{s}} = 9{,}1396562 \cdot 10^{-6}\,N = \underline{\underline{9{,}14\mu N}}$$

b) Da tyngdekraften på rumskibet skal være lige så stor som kraften fra fotonerne, får man:

$$F_t = F_{fotoner}$$

$$G \cdot \frac{M_{sol} \cdot m_{rumskib}}{r^2} = \frac{2 \cdot I \cdot A}{c} \Leftrightarrow A = G \cdot \frac{M_{sol} \cdot m_{rumskib} \cdot c}{2 \cdot I \cdot r^2}$$

$$A = 6{,}67 \cdot 10^{-11} N \cdot \frac{m^2}{kg^2} \cdot \frac{1{,}99 \cdot 10^{30} kg \cdot 900kg \cdot 3{,}00 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{2 \cdot 1370 \frac{W}{m^2} \cdot \left(1{,}496 \cdot 10^{11} m\right)^2} = 584021 m^2 = \underline{\underline{0{,}581 km^2}}$$

c) Rumskibet er kun påvirket af to kræfter: Tyngdekraften fra Solen og kraften fra fotonerne. Disse to kræfter peger hver sin vej, og man har dermed:

$$F_{res} = F_{sol} - F_t = \frac{2 \cdot I \cdot A}{c} - G \cdot \frac{M_{sol} \cdot m_{rumskib}}{r^2} = 5{,}65N$$

Da rumskibet vejer 900kg bliver accelerationen ifølge Newtons 2. lov:

$$a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{5{,}65N}{900kg} = 0{,}00627853 m/s^2 = \underline{\underline{0{,}00628 \frac{m}{s^2}}}$$

Med denne lille acceleration kan man regne med, at rumskibet inden for det første døgn ikke flytter sig betydeligt i forhold til afstanden til Solen, dvs. tyngdekraften og kraften fra fotonerne kan regnes som konstant det første døgn, hvorfor der kan regnes med bevægelse med konstant acceleration:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}00627853 m/s^2 \cdot \left(3600 \cdot 24s\right)^2 = 23434500m = \underline{\underline{2{,}3 \cdot 10^7 m}}$$

d) Fotonenergien for fotoner med bølgelængden 550nm bestemmes:

$$E_{foton} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} J \cdot s \cdot 3{,}00 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{550 \cdot 10^{-9} m} = 3{,}61636 \cdot 10^{-19} J$$

Den energi solsejlet modtager fra fotonerne pr. sekund bestemmes:

$$E_{fotoner} = P \cdot \Delta t = I \cdot A \cdot \Delta t = 1370 \frac{W}{m^2} \cdot 1{,}20 \cdot 10^6 m^2 \cdot 1s = 1{,}644 \cdot 10^9 J$$

Så antallet af fotoner, der rammer solsejlet, er:

$$N = \frac{E_{fotoner}}{E_{foton}} = 4{,}546 \cdot 10^{27} = \underline{\underline{4{,}55 \cdot 10^{27}}}$$

Udledning af den opgivne formel $F = \frac{2 \cdot P}{c}$:

Fotonerne reflekteres fra overfladen og bevæger sig altså efter sammenstødet i modsat retning med samme størrelse bevægelsesmængde. Dvs. at ændringen i bevægelsesmængden for fotonen er givet ved:

$\Delta p = 2 \cdot p_{foton}$.

Da den samlede bevægelsesmængde er bevaret ved sammenstødet, vil rumskibet altså modtage denne ekstra bevægelsesmængde, og ved at se på det samlede antal fotoner, der rammer spejlet inden for et vist tidsrum, gælder altså:

$\Delta p_{rumskib} = 2 \cdot p_{fotoner}$.

Bevægelsesmængden af en foton er direkte knyttet til energien af fotonen, og man har:

$\Delta p_{rumskib} = 2 \cdot p_{fotoner} = 2 \cdot \frac{E_{fotoner}}{c}$.

Newtons 2. lov udtrykt med bevægelsesmængde giver så:

$F_{res} = \frac{\Delta p_{rumskib}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot E_{fotoner}}{c \cdot \Delta t} = \underline{\underline{\frac{2 \cdot P}{c}}}$, da P netop er den energi, fotonerne bærer med til spejlet pr. tid.

<u>Opgave M26 side 54:</u> **Speedskiing**

a) Acceleration er defineret som differentialkvotienten i et punkt for hastighedsfunktionen, så på grafen skal tangenthældningen bestemmes i startpunktet.
Der "tegnes" (man må ikke tegne i bogen) en tangent, og på denne aflæses, at tiden 5s svarer til farten 35m/s. Dermed bliver accelerationen:

$$a_0 = \frac{35\frac{m}{s}}{5{,}0s} = \underline{\underline{7{,}0\frac{m}{s^2}}}$$ (da tyngdeaccelerationen er 9,82m/s^2, er det tydeligvis en meget stejl bakke)

b) Den tilbagelagte afstand bestemmes ved:

$$\Delta s = \int_{t=0s}^{t=20s} v(t)dt$$

Dette svarer til arealet under grafen, så det skal vurderes:

Én tern på figuren svarer til: $1s \cdot 5\frac{m}{s} = 5m$

Antallet af terner under grafen skal bestemmes. På figuren er der i alt 240 terner.
Jeg kommer frem til ca. 66 terner over grafen, dvs. 174 terner under grafen.
Så den tilbagelagte afstand er: $\Delta s = 174 \cdot 5m = 870m = \underline{\underline{0{,}87km}}$

c) Retninger:
Tyngdekraften peger lodret nedad.
Normalkraften står vinkelret på underlaget dvs. peger opad og danner en vinkel på 70° med vandret.
Luftmodstanden peger langs underlaget modsat bevægelsen.
Gnidningsmodstanden peger også modsat bevægelsen dvs. ensrettet med luftmodstanden.

Da hastigheden er konstant, er den resulterende kraft nul. De fire kræfter lagt sammen som vektorer må derfor give nulvektoren.
Tyngdekraftens størrelse beregnes:

$$F_t = m \cdot g = 95kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} = 932{,}9N = \underline{\underline{0{,}93kN}}$$

Normalkraften kan bestemmes ved:
Da luftmodstanden og gnidningskraften står vinkelret på normalkraften, er det kun tyngdekraften, der kan ophæve dens virkning (og da den resulterende kraft er nul, kan der ikke være en virkning i nogen retning). Derfor beregnes normalkraften ved at se på den del af tyngdekraften, der er parallel med normalkraften:

$$F_n = \cos(20°) \cdot F_t = 876{,}639N = \underline{\underline{0{,}88kN}}$$

Da man kender gnidningskoefficienten, kan gnidningskraften (den dynamiske) bestemmes:

$$F_{gnidning} = \mu \cdot F_n = 0{,}05 \cdot 876{,}639N = 43{,}83196N = \underline{\underline{44N}}$$

Luftmodstanden og gnidningskraften må tilsammen svare til den del af tyngdekraften, der er parallel med underlaget, så man har:

$$F_{luft} + F_{gnidning} = \sin(20°) \cdot F_t \quad \Leftrightarrow$$

$$F_{luft} = \sin(20°) \cdot F_t - F_{gnidning} = 319N - 44N = 275{,}2386N = \underline{\underline{0{,}28kN}}$$

Ud fra disse størrelser og retninger kan man tegne kræfterne.

Opgave M27 side 56: **Det skæve tårn**

a) $$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3} = \frac{5{,}00kg}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot(0{,}0842m)^3} = 1999{,}60917378 kg/m^3 = \underline{\underline{2{,}00\cdot 10^3\,\frac{kg}{m^3}}}$$

b) Hvis man kan se bort fra luftmodstand, vil det være en bevægelse med den konstante acceleration g, så et fald fra 56,5m (med starthastighed 0) vil altså tage:

$$s = \frac{1}{2}\cdot g\cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot s}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 56{,}5m}{9{,}82\frac{m}{s^2}}} = 3{,}3922158s = \underline{\underline{3{,}39s}}$$

Farten umiddelbart før sammenstødet med jorden vil være:

$$v = g\cdot t + v_0 = 9{,}82\frac{m}{s^2}\cdot 3{,}39s + 0 = 33{,}3115595552\frac{m}{s} = \underline{\underline{33{,}3\frac{m}{s}}}$$

c) Luftmodstanden på en genstand med formfaktoren c_w, hastigheden v og arealet A i bevægelsesretningen gennem en gas med densiteten ρ er givet ved:

$$F_{luft} = \frac{1}{2}\cdot c_w\cdot\rho\cdot A\cdot v^2 .$$

Det ses, at luftmodstanden vil vokse, når v vokser, og da den resulterende kraft er givet som tyngdekraften fratrukket luftmodstanden (da disse er modsatrettede), vil den resulterende kraft aftage, hvorfor accelerationen bliver mindre og mindre. På et tidspunkt vil farten være blevet så stor, at luftmodstanden er lige så stor som tyngdekraften, og her vil den resulterende kraft altså være nul, hvorfor der kommer en bevægelse med konstant hastighed.

Denne konstante hastighed kan bestemmes ved at sige, at luftmodstanden skal være lige så stor som tyngdekraften:

$$F_t = F_{luft} \Leftrightarrow$$

$$m\cdot g = \frac{1}{2}\cdot c_w\cdot\rho_{luft}\cdot A\cdot v^2 \Leftrightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{m\cdot g\cdot 2}{c_w\cdot\rho_{luft}\cdot A}} = \sqrt{\frac{5{,}00kg\cdot 9{,}82m/s^2\cdot 2}{0{,}40\cdot 1{,}293\frac{kg}{m^3}\cdot\pi\cdot(0{,}0842m)^2}} = 92{,}32928\frac{m}{s} = \underline{\underline{92{,}3\frac{m}{s}}}$$

d) Man har, at $s(t_1) = \int_0^{t_1} v(t)dt$, så på lommeregneren bestemmes:

$solve(56{,}5 = \int_0^{a} f1(x)dx, a)$, hvor udtrykket for v(t) er gemt som f1(x):

Dette giver a = -3,429 eller a = 3,429, hvor den negative løsning svarer til, at kuglen blev kastet fra jorden og op til toppen, mens den søgte faldtid altså er: $\underline{\underline{t = 3{,}43s}}$

Opgave M28 side 57: **Baseball**

Opgave M29 side 58: **Accelerometer i airbag**

a) $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}50 \cdot 10^{-6} kg}{90 \frac{N}{m}}} = 4{,}68320982 \cdot 10^{-4} s = \underline{\underline{0{,}47 ms}}$

b) For at formindske afstanden mellem pladerne med det opgivne stykke, skal kan påvirke den bevægelige plade med kraften bestemt ved Hookes lov:

$$F = k \cdot x = 90 \frac{N}{m} \cdot 0{,}30 \cdot 10^{-6} m = 2{,}7 \cdot 10^{-5} N$$

En kraft af denne størrelse ville give den bevægelige plade en acceleration bestemt ved Newtons 2. lov på:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{2{,}7 \cdot 10^{-5} N}{0{,}50 \cdot 10^{-6} kg} = 54 \frac{m}{s^2}$$

Da den bevægelige plade ikke kan "mærke" forskel på, om den bliver påvirket af en kraft af størrelsen F beregnet ovenfor, eller om den befinder sig i et fysisk system, der accelereres med accelerationen a beregnet ovenfor, er accelerationen altså: $\underline{\underline{a = 54 \frac{m}{s^2}}}$

Opgave M30 side 58: **Elastikspring**

Opgave M31 side 59: **Sky Tower**

Opgave M32 side 60: **Rutschebane**

a) Hvis man antager, at der ikke er nogen luftmodstand, samt at man ser bort fra gnidning, vil den mekaniske energi ved det lodrette fald være bevaret, og dermed vil al den potentielle energi, der er tabt, være blevet omdannet til kinetisk energi. Nulpunktet for den potentielle energi fastsættes til bunden, og dermed bliver:

$$E_{kin,bund} = E_{pot,top} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\max}{}^2 = m \cdot g \cdot h \quad \Leftrightarrow$$

$$v_{\max} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}82 \frac{m}{s^2} \cdot 60{,}0 m} = \sqrt{1178{,}4 \frac{m^2}{s^2}} = 34{,}3278312743 \frac{m}{s} = \underline{\underline{34{,}3 \frac{m}{s}}}$$

b) Den resulterende kraft på passageren må udgøre den nødvendige centripetalkraft i cirkelbevægelsen, og i det laveste punkt vil den resulterende kraft derfor pege lodret opad, så den lodrette acceleration, som passageren udsættes for, vil altså være:

$$a_{lodret} = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(31{,}0 \frac{m}{s}\right)^2}{27{,}1 m} = 35{,}4612546 \frac{m}{s^2} = \underline{\underline{35{,}5 \frac{m}{s^2}}}$$

c) Tabet i mekanisk energi skyldes gnidningskraften, der udfører et (negativt) arbejde på vognen. Først bestemmes tabet i mekanisk energi:

$$-\Delta E_{mek} = E_{kin,bund} - \left(E_{kin,top} + E_{pot,top}\right) = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{bund}^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot v_{top}^2 - m\cdot g\cdot h_{bakke} =$$

$$m\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot v_{bund}^2 - \frac{1}{2}\cdot v_{top}^2 - g\cdot h_{bakke}\right) = 1850kg\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\left(31{,}0\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot\left(8{,}7\frac{m}{s}\right)^2 - 9{,}82\frac{m}{s^2}\cdot 35m\right) =$$

$$183066{,}75J$$

Gnidningskraften har virket over et stykke på 55m, og dermed er:

$$A_{gnidningskraft} = \Delta E_{mek} \quad\Leftrightarrow\quad -F_{gnidning}\cdot\Delta s = \Delta E_{mek} \quad\Leftrightarrow$$

$$F_{gnidning} = \frac{-183066{,}75J}{-55m} == 3328{,}48636364N = \underline{\underline{3{,}3kN}}$$

<u>Opgave M33 side 61:</u> **Genesis**

a) Massen af det indsamle kulstof bestemmes ud fra kendskabet til antallet af kulstofatomer og massen af de enkelte atomer, der sættes til 12u, da det hovedsageligt er C-12 atomer, der opsamles (ifølge opgaveteksten):

$$m_{indsamlet} = N\cdot m_{C-12} =$$

$$1{,}50\cdot 10^9 s^{-1}\cdot 910\cdot 24\cdot 3600s\cdot 12u\cdot 1{,}6605\cdot 10^{-27}\frac{kg}{u} = 2{,}35004934528\cdot 10^{-9}kg = \underline{\underline{2{,}4\cdot 10^{-6}g}}$$

b) Satellitten ændrer sin hastighed ved at benytte bevægelsesmængdebevarelse. Stoffet skydes ud i én retning og satellitten ændrer dermed sin hastighed i den modsatte retning. Når der kun ses på størrelserne af ændringerne (dvs. fortegnene udelades), får man:

$$\Delta p_{satellit} = \Delta p_{stof}$$

$$m_{satellit}\cdot\Delta v_{satellit} = m_{stof}\cdot\Delta v_{stof} \quad\Leftrightarrow$$

$$\Delta v_{satellit} = \frac{m_{stof}\cdot\Delta v_{stof}}{m_{satellit}} = \frac{0{,}50kg\cdot 1500\frac{m}{s}}{493kg} = 1.5212981744422\frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}52\frac{m}{s}}}$$

c) Der gælder følgende om afstanden mellem de tre involverede objekter (Sol, Genesis og Jord):

$$r_{SG} + r_{GJ} = r_{SJ}$$

Genesis skal have samme omløbstid T som Jorden (dvs. 1 år). $T_{Genesis} = T_{Jord} = T$

Genesis skal udføre en jævn cirkelbevægelse, så der skal samlet set være en centripetalkraft. Dvs. Solens træk i Genesis skal være større end Jordens træk, og forskellen mellem de to tyngdekræfter skal netop udgøre centripetalkraften. Ved at udnytte dette samt ovenstående sammenhæng mellem afstandene og at omløbstiden skal være et år fås:

$$F_c = F_{t,Sol-Genesis} - F_{t,Jord-Genesis}$$

$$m_{Genesis} \cdot \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{SG}}{T_{Genesis}^2} = G \cdot \frac{m_{Genesis} \cdot M_{Sol}}{r_{SG}^2} - G \cdot \frac{m_{Genesis} \cdot M_{Jord}}{r_{GJ}^2}$$

$$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_{SG}}{T^2} = G \cdot \frac{M_{Sol}}{r_{SG}^2} - G \cdot \frac{M_{Jord}}{(r_{SJ} - r_{SG})^2}$$

I dette udtryk er kun r_{SG} en ukendt størrelse og den bestemmes ved hjælpe af solve, hvor følgende kendte værdier er brugt:

$M_{Sol} = 1{,}989 \cdot 10^{30}\,kg$

$G = 6{,}6726 \cdot 10^{-11}\,N \cdot \dfrac{m^2}{kg^2}$

$T = 365{,}2422\,døgn$ (omregnes til sekunder)

$M_{Jord} = 5{,}976 \cdot 10^{24}\,kg$

$r_{SJ} = 149597870000m$

Man får så:

$r_{SG} = 148105522816m$

Dermed kan Genesis' afstand til Jorden bestemmes:

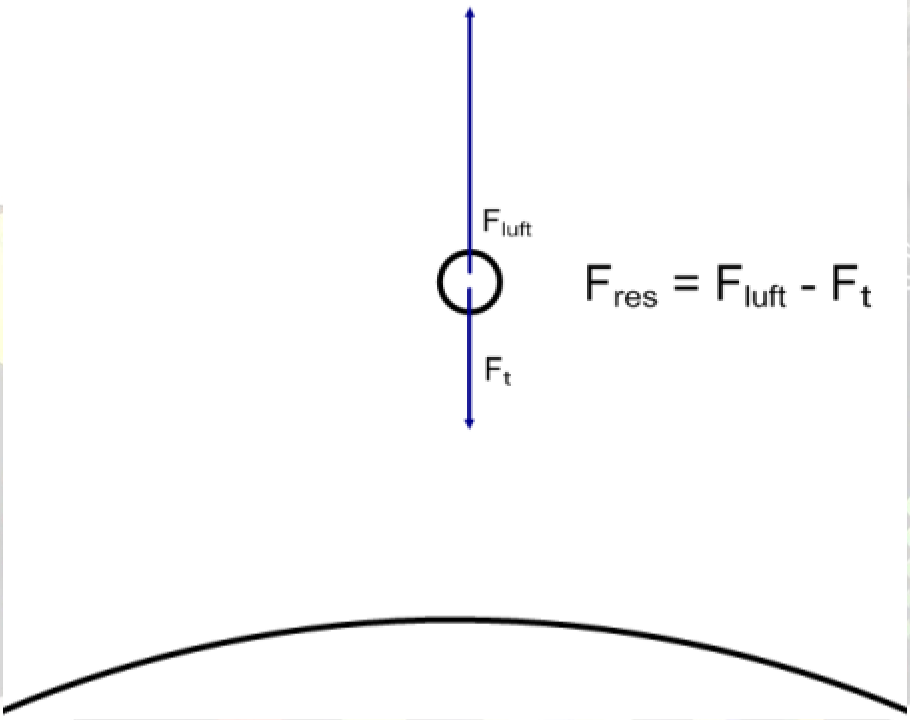
$$r_{GJ} = r_{SJ} - r_{SG} = 149597870000m - 148105522816m = 1492347184m = \underline{\underline{1{,}492 \cdot 10^6\,km}}$$

Opgave M34 side 62: **Barringermeteoritten**

a) Den kinetiske energi beregnes ud fra den opgivne masse og farten lige inden nedslaget:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}3 \cdot 10^9\,kg \cdot \left(1{,}5 \cdot 10^4\,\frac{m}{s}\right)^2 = 1{,}4625 \cdot 10^{17}\,J = \underline{\underline{1{,}5 \cdot 10^{17}\,J}}$$

b) Der kan ses bort fra opdriften på meteoritten under hele forløbet, da den er ubetydelig i forhold til de andre kræfter. Meteoritten er dermed påvirket af to kræfter: Tyngdekraften og luftmodstanden. Tyngdekraften har retning mod Jorden, mens luftmodstanden er modsatrettet, da bevægelsen er (antaget at være) lodret ned mod jordoverfladen.
Der gælder dermed (positiv retning er opad):



Når tyngdekraften og luftmodstanden er lige store, er F_{res} = 0, og ifølge Newtons 2. lov er accelerationen dermed også 0. Dette ses på grafen at være tilfældet i højden $\underline{\underline{20km}}$ højde over jordoverfladen.

c) Det er luftmodstandens arbejde, der giver et tab i mekanisk energi.
(Tyngdekraften er en del af det mekaniske system, og den forårsager en omdannelse af potentiel til kinetisk energi, men ingen ændring af den samlede mekaniske energi.)

Der gælder:
$F_{luft} = F_{res} + F_t = m \cdot a + m \cdot g = m \cdot (a + g).$
Luftmodstandens arbejde dA på stykket ds, der er så lille, at luftmodstanden kan antages at være konstant på stykket, er:
$dA = -F_{luft} \cdot dh$.
Det negative fortegn kommer af, at luftmodstanden er modsat bevægelsesretningen.
Hermed bliver luftmodstandens arbejde på meteoritten på de sidste 40km:

$$A_{luft} = \int_0^{40.000m} dA = \int_0^{40.000m} -F_{luft} \cdot dh = \int_0^{40.000m} -m \cdot (a+g) \cdot dh = -m \cdot \int_0^{40.000m} (a+g) \cdot dh$$

Integralet svarer netop til arealet afgrænset af grafen, den vandrette linje a = -9,82m/s^2 samt de to lodrette linjer ved $h = 0km$ og $h = 40km$.
Arealet tælles til at svare til 55 tern. Hver tern svarer til:

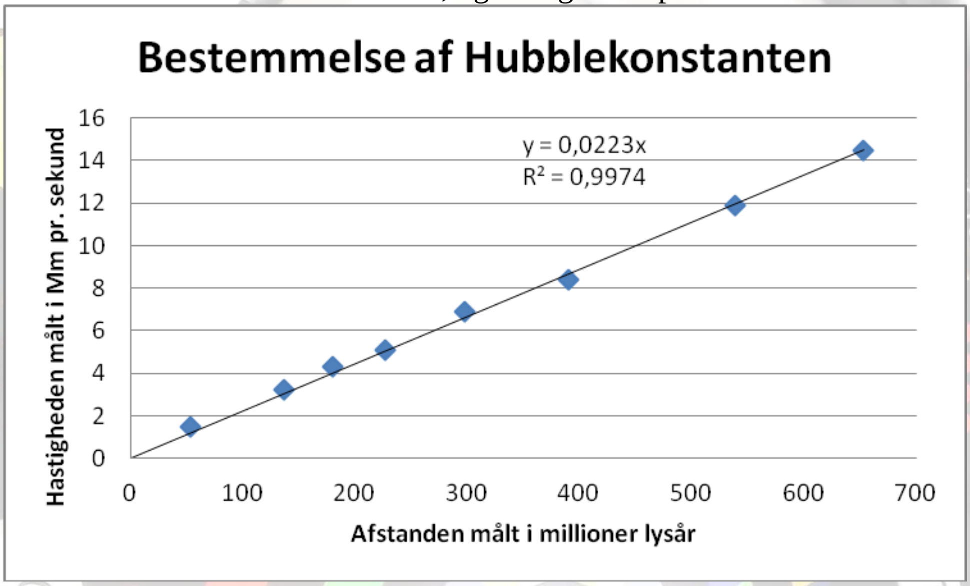
$$Areal = 2km \cdot 10\frac{m}{s^2} = 2000m \cdot 10\frac{m}{s^2} = 20000\frac{m^2}{s^2}$$

Hermed er:

$$E_{mek,tab} = -A_{luft} = m \cdot \int_0^{40.000m} (a+g)dh = 1{,}3 \cdot 10^9 kg \cdot 55 \cdot 20000\frac{m^2}{s^2} = \underline{\underline{1{,}43 \cdot 10^{15} J}}$$

Opgave K1 side 63: **Hubble konstanten**

a) Ifølge Hubbles lov er hastigheden væk fra os proportional med afstanden til os, og Hubblekonstanten er proportionalitetsfaktoren.
I Excel indtastes tabellens værdier, og hastigheden plottes som funktion af afstanden:



Da det skal være en proportionalitet, er der valgt en lineær tendenslinje, der er tvunget gennem (0,0), og det bemærkes, at punkterne passer fint med tendenslinjen.
Hubblekonstanten aflæses som hældningen (proportionalitetsfaktoren), og den er altså:

$$H_0 = 0{,}0223 \frac{10^3\, km/s}{10^6\, lysår} = \underline{\underline{2{,}23 \cdot 10^{-5} \frac{km/s}{lysår}}}$$

Opgave K2 side 63: **Afstand til galakse**

a) Først bestemmes rødforskydningen *z*, der er den relative forskydning af bølgelængden målt i laboratoriet:

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{414{,}12nm - 393{,}37nm}{393{,}37nm} = 0{,}052749319978646$$

Så kan hastigheden væk fra os bestemmes:

$$v = z \cdot c = 0{,}0527 \cdot 299792458 \frac{m}{s} = 15813848{,}294227 \frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}5814 \cdot 10^7 \frac{m}{s}}}$$

b) Ud fra Hubbles lov kan afstanden så bestemmes:

$$v = H_0 \cdot r \Leftrightarrow$$

$$r = \frac{v}{H_0} = \frac{1{,}5814 \cdot 10^7 \frac{m}{s}}{70{,}8 \frac{km}{s} / Mpc} = 223{,}359439184 Mpc = \underline{\underline{223 Mpc}} = 0{,}729 Gly = 6{,}89 \cdot 10^{24} m$$

Opgave K3 side 64: **Kvasarspektrum**

Opgave K4 side 65: **Vognhjulsgalaksen**

Opgave K5 side 66: **Universets alder**

a) Rødforskydningen *z*, der er den relative forskydning af bølgelængden målt i laboratoriet, bestemmes:

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{lab}}{\lambda_{lab}} = \frac{396{,}01nm - 393{,}37nm}{393{,}37nm} = 0{,}0067112387828253 = \underline{\underline{0{,}00671}}$$

Så kan hastigheden væk fra os bestemmes:

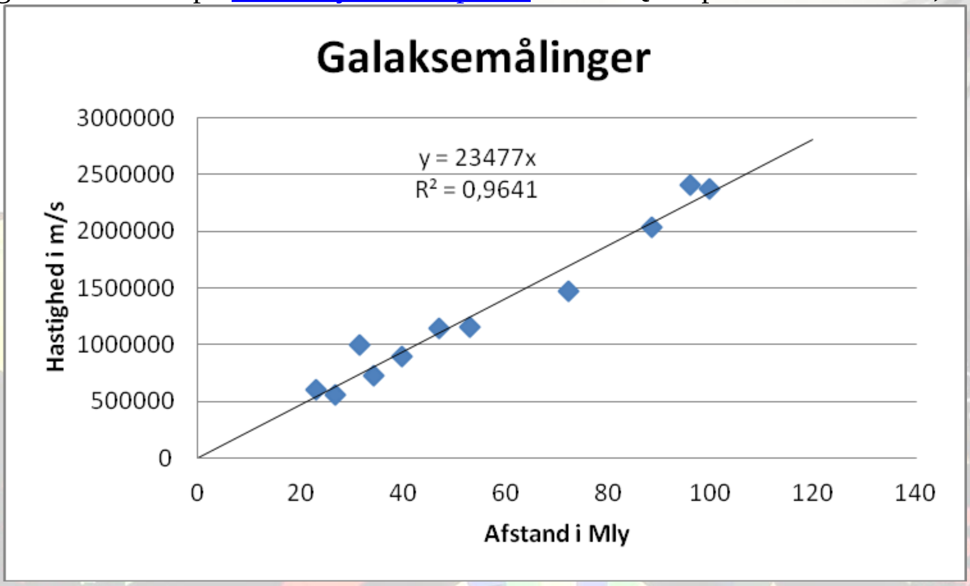
$$v = z \cdot c = 0{,}0067112 \cdot 299792458 \frac{m}{s} = 2011978{,}7709281 \frac{m}{s} = \underline{\underline{2{,}01 \cdot 10^6 \frac{m}{s}}}$$

b) Hubbles lov lyder: $v = H_0 \cdot r$

Der skal altså laves en graf med hastigheden væk fra os som funktion af afstanden. På denne graf vil hældningen være hubblekonstanten.

(Alternativt kan der laves en (z,v)-graf, hvor rødforskydningen ikke omregnes til en hastighed, men hvor hældningen derefter skal ganges med *c* for at bestemme hubblekonstanten.)

Hastighederne beregnes ud fra rødforskydningen som i spørgsmål a), og man får:



Dvs. hubblekonstanten er: $\underline{\underline{H_0 = 2{,}35\cdot 10^4 \dfrac{\frac{m}{s}}{Mly}}}$

c) Når det antages, at hastigheden er konstant, kan man finde Universets alder som den tid, det har taget en galakse i afstanden *r* at bevæge sig dette stykke, dvs. man regner tilbage til det tidspunkt, hvor afstanden mellem Jorden og galaksen ifølge modellen var nul.
Galaksen bevæger sig med hastigheden *v* (bestemt ud fra *r* ved Hubbles lov), så man har altså:

$$t_0 = \frac{r}{v} = \frac{r}{H_0\cdot r} = \frac{1}{H_0}$$

Universets alder kan altså bestemmes som det reciprokke af Hubbles konstant.
Dette giver:

$$t_0 = \frac{1}{H_0} = \frac{1}{2{,}35\cdot 10^4 \frac{\frac{m}{s}}{Mly}} = 4{,}255\cdot 10^{-5}\,\frac{\mathrm{Mly}}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 4{,}255\cdot 10^{-5}\cdot 10^6\cdot 9.46\cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} =$$

$$4{,}026\cdot 10^{17}\,s = \frac{4{,}026\cdot 10^{17}}{10^9\cdot 365{,}2422\cdot 24\cdot 3600}\,Går = 12{,}757\,Går = \underline{\underline{12{,}8 \text{ milliarder år}}}$$

Opgave 1 side 68: **Messier galakser**

Opgave 2 side 68: **Tryk i vandrør**

a) Trykket i vandrørene i kælderen er større end trykket i vandrørene i lejligheden 23m over kælderen, da det har en 23m høj væskesøjle mere over sig til at øge trykket.
Man har:

$$p_{kælder} = p_{lejlighed} + p_{væskesøjle} \quad\Leftrightarrow\quad p_{lejlighed} = p_{kælder} - \rho_{væske}\cdot g\cdot h_{væskesøjle}$$

$$p_{lejlighed} = 620\cdot 10^3\,Pa - 978\frac{kg}{m^3}\cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}\cdot 23m = 399109Pa = \underline{\underline{0{,}40MPa}}$$

Opgave 3 side 69: **Elproducerende rygsæk**

a) Formlen for den potentielle energi(-tilvækst) nær jordoverfladen benyttes:

$$\Delta E_{pot} = m \cdot g \cdot \Delta h = 36kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}050m = 17{,}676J = \underline{\underline{17{,}7J}}$$

b) Så længe fjederen ikke udstrækkes for voldsomt, kan man benytte Hookes lov:

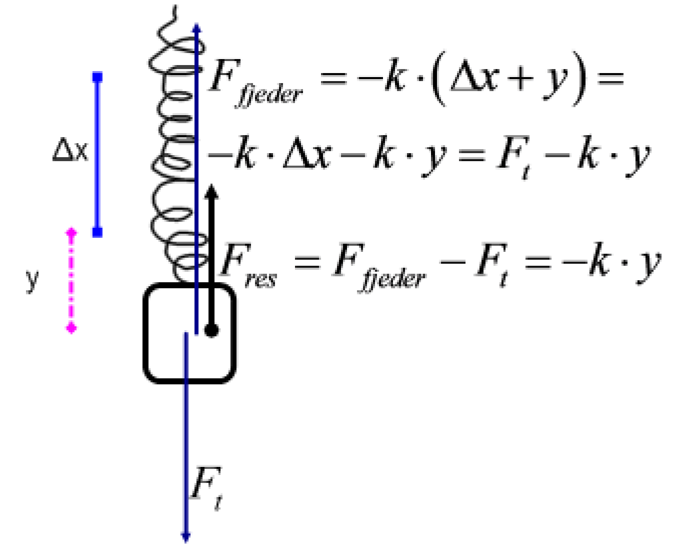
$F_{fjeder} = -k \cdot \Delta x$, hvor k er fjederkonstanten og Δx er forlængelsen af fjederen ud fra ligevægt regnet med fortegn, således at kraften er modsatrettet retningen af udstrækningen.

Når man står stille (og har stået stille så længe, at tasken er stoppet med at svinge og også hænger stille), er den resulterende kraft på tasken 0, og da tasken kun er påvirket af fjederen (der trækker opad) og tyngdekraften (der trækker nedad), har man altså, når nedad vælges som den positive retning:

$$F_{fjeder} + F_{tyngde} = 0$$

$$-k \cdot \Delta x + m \cdot g = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta x = \frac{m \cdot g}{k} = \frac{36kg \cdot 9{,}82\frac{m}{s^2}}{3{,}2 \cdot 10^3 \frac{N}{m}} = 0{,}110475m = \underline{\underline{11{,}0cm}}$$

c) Når den fyldte taske hænger i fjederen, der således er udstrukket stykket Δx, vil denne placering fungere som ligevægtsstillingen for de svingninger, der opstår, når personen begynder at gå:



Tyngdekraften på tasken udlignes af det bidrag fra fjederkraften, der skyldes udstrækningen Δx, og man har derfor en svingning, hvor den resulterende kraft er proportional med udsvinget y fra den nye ligevægtsstilling:

$$F_{res} = -k \cdot y$$

$$m \cdot a = -k \cdot y$$

$$y'' = -\frac{k}{m} \cdot y$$

Dette er en velkendt 2. ordens differentialligning, hvor den søgte løsning er en sinusfunktion:

$$y = A \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi\right)$$

Amplituden A og fasen φ er uden betydning for svingningstiden. Argumentet (udtrykket inden i parentesen) vokser med 2π hver gang tiden vokser med én svingningstid (da sinusfunktionen er periodisk med perioden 2π), så man har:

$$\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot T = 2\pi \quad \Leftrightarrow \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{36kg}{3{,}2 \cdot 10^3 \frac{N}{m}}} = 0{,}666432s = \underline{\underline{0{,}67s}}$$

(Ovenstående formel kunne også være fundet i en bog, hvis man ville undlade analysen)

Hvis tasken skal svinge i takt med bærerens gang, skal der foregå én svingning pr. skridt, dvs. at personen på 0,67 sekunder skal tage ét skridt og altså bevæge sig 0,71m frem. Altså skal bæreren gå med farten:

$$v = \frac{\Delta s}{T} = \frac{0{,}71m}{0{,}666432s} = 1{,}0653743\frac{m}{s} = \underline{\underline{1{,}07\frac{m}{s}}}$$

Opgave 4 side 69: **Elektrisk vandvarmer**

a) Det tidsrum, hvor vandet forbruges, er ikke så stort, så der ses bort fra energiafgivelse til omgivelserne. Det antages, at der forbruges 0,2kg vand i sekundet, og at vandet skal opvarmes fra 5°C til 60°C. Hermed bliver den nødvendige effekt:

$$P = \frac{E_{tilført}}{\Delta t} = \frac{m_{vand} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T}{\Delta t} = \frac{m_{vand}}{\Delta t} \cdot c_{vand} \cdot \Delta T =$$

$$0{,}20\frac{kg}{s} \cdot 4{,}2 \cdot 10^3 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot (60-5)K = 46200W = \underline{\underline{46kW}}$$

Dette er et fuldstændig urealistisk resultat, da det ville kræve en strøm på 200A (med 230V), så enten må der sættes store begrænsninger på forbruget, eller også må man erkende, at vandvarmeren ikke kan følge med.

Opgave 5 side 70: **Standselængde**
Opgave 6 side 71: **To-proton henfald**
Opgave 7 side 71: **Vandbølger**

Opgave 8 side 72: **Golfslag**

a) Man kan aflæse den største kraft under slaget på grafen (det giver ca. 7,0kN), eller man kan finde den ved at kigge på funktionsudtrykket. Her fås den største kraft, når nævneren bliver 1, dvs. når t = B, hvilket svarer til præcis halvvejs gennem slaget. Da nævneren er 1, ses den maksimale kraftpåvirkning under slaget altså at være 7,1kN. Og så kan Newtons 2. lov benyttes til at bestemme accelerationen:

$$F_{res} = m \cdot a \quad \Leftrightarrow \quad a = \frac{F_{res}}{m} = \frac{7{,}1 \cdot 10^3 N}{45{,}5 \cdot 10^{-3} kg} = 156043{,}956\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{1{,}56 \cdot 10^5 \frac{m}{s^2}}}$$

b) Ændringen i bevægelsesmængden, der svarer til bevægelsesmængden efter slaget, da bolden lå stille fra start, kan bestemmes som kraftens impuls.
Så man får:

Løsningerne er hentet på www.szymanskispil.dk Quizspillene ASHRAM, MIR og SPORTSNØRD

$$p = \int_{0s}^{1{,}0\cdot 10^{-3}s} F \cdot dt = \int_{0s}^{1{,}0\cdot 10^{-3}s} \frac{7{,}1\cdot 10^{3}\,N}{1+3{,}6\cdot 10^{15}\,s^{-4}\cdot\left(t-5{,}0\cdot 10^{-4}\,s\right)^{4}} \cdot dt = 2{,}02568816965kg\cdot\frac{m}{s}$$

Når bevægelsesmængden og boldens masse kendes, kan farten bestemmes ved:

$$p = m\cdot v \quad\Leftrightarrow\quad v = \frac{p}{m} = \frac{2{,}0257kg\cdot\frac{m}{s}}{0{,}0455kg} = 44{,}520619\frac{m}{s} = \underline{\underline{45\frac{m}{s}}}$$

Opgave 1 side 74: **Slusen i Falkirk**

Opgave 2 side 75: **Interferens**

Opgave 3 side 76: **Mundingsfart**

Opgave 4 side 76: **Linedanser**

Opgave 5 side 77: **Basejumper**

Opgave 6 side 78: **Spektrallinjer**

a) Gitterformlen giver:

$$\sin\theta_n = \frac{\lambda \cdot n}{d} \quad \Leftrightarrow \quad \lambda = \frac{\sin\theta_n \cdot d}{n} = \frac{\sin(42{,}24°)\cdot 833nm}{1} = 559{,}9739nm = \underline{\underline{560nm}}$$

b) Der er to linjer i absorptionsspektret, og da det oplyses, at de ikke er fra A til D, så må de svare til overgangene A→ B, og A →C (da der ikke under normale omstændigheder forekommer absorptionslinjer fra andet end grundtilstanden, da det er meget usandsynligt, at et anslået atom når at absorbere endnu en foton, inden det henfalder til grundtilstanden).
Disse to linjer genfindes i emissionsspektret, hvor de altså angiver overgangene B→A og C→A.
De resterende muligheder er så: C→B, D→B og D→C.
Det er muligt ud fra de opgivne bølgelængder at bestemme bølgelængden for overgangen C→B:

$$E_{C\to B} = E_{C\to A} - E_{B\to A} \quad \Leftrightarrow$$
$$\frac{h\cdot c}{\lambda_{C\to B}} = \frac{h\cdot c}{\lambda_{C\to A}} - \frac{h\cdot c}{\lambda_{B\to A}} \quad \Leftrightarrow$$
$$\frac{1}{\lambda_{C\to B}} = \frac{1}{\lambda_{C\to A}} - \frac{1}{\lambda_{B\to A}} \quad \Leftrightarrow$$
$$\lambda_{C\to B} = \left(\frac{1}{\lambda_{C\to A}} - \frac{1}{\lambda_{B\to A}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{323{,}3nm} - \frac{1}{670{,}8nm}\right)^{-1} = 624{,}1nm$$

Denne linje ses ikke i emissionsspektret.
Derfor må de to resterende linjer (den grønne og den ved 2450nm) svare til overgangene D→B og D→C.
D→B svarer til den største energi og dermed den mindste bølgelængde, så den må svare til den $\underline{\underline{\text{grønne linje}}}$.

Opgave 7 side 79: **Solenergi på Hjelm.**

a) Da spændingsfaldet over pæren og strømmen gennem den er kendt, kan resistansen beregnes ud fra Ohms lov:

$$U = R\cdot I \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{U}{I} = \frac{23{,}6V}{12{,}7A} = 1{,}858268\Omega = \underline{\underline{1{,}86\Omega}}$$

b) Resistoren og pæren sidder i serieforbindelse, så strømmen gennem dem er ens, mens spændingsfaldet over serieforbindelsen - der svarer til spændingsfaldet over batteriet (polspændingen) – er summen af de enkelte spændingsfald. Så man har:

$$U_{batteri} = U_{resistor} + U_{pære} = R_{resistor} \cdot I + U_{pære} = 0{,}031\Omega \cdot 12{,}7A + 23{,}6V = 23{,}9937V = \underline{\underline{24{,}0V}}$$

c) Figur 2 viser effekten som funktion af tiden. Med de angivne enheder svarer en kasse på figuren til:

$$E_{kasse} = \Delta P_{kasse} \cdot \Delta t_{kasse} = 500W \cdot 2 \cdot 3600s = 3{,}6 \cdot 10^6\,J = 3{,}6MJ$$

De 390MJ, som batteriet kan indeholde, svarer altså til:

$$N_{kasser} = \frac{E_{batteri}}{E_{kasse}} = \frac{390MJ}{3{,}6MJ} = 108{,}3kasser$$

På figuren tælles først de hele (eller praktisk taget hele) kasser. Der er 21.
Det resterende område tælles sammen til ca. 8,7 kasser. Dvs. én dag giver 29,7 kasser.
Altså er det nødvendige antal solskinsdage:

$$N_{solskin} = \frac{108{,}3}{29{,}7} = \underline{\underline{3{,}6}}$$